

Was ist elektromagnetische Induktion?

Eine physikalisch-didaktische Analyse

Horst Hübeler

Der Text entspricht in etwa einem Vortrag, den ich 2002 auf der Seminarlehrertagung Physik in Dillingen gehalten habe, selbstverständlich ohne die formalen Teile.

Zusammenfassung

Die übliche Behandlung der Induktion in der Schule wird kritisch untersucht und mit den Aussagen der "offiziellen" Physik verglichen. Dabei stellt sich heraus, dass der Weg der Schulphysik unklar, - wenn auch nur in Details - inkorrekt und unnötig kompliziert ist. Ausgehend von einer rigorosen Behandlung der Induktion, die es erlaubt, die verschiedenen Erscheinungen der Induktion unter einem einheitlichen Gesichtspunkt zu sehen, wird ein Weg zur Behandlung der Induktion in der Schule vorgeschlagen, der konsistent ist mit der "offiziellen" Auffassung der Induktion, der für die Schüler durchsichtiger ist und unnötige Klimageschichten und Scheinerklärungen vermeidet.

Abstract

The standard treatment of electromagnetic induction in physics lessons at high schools is critically analyzed and compared with statements of "official physics". It turns out that the concepts of school physics concerning electromagnetic induction are unclear, in a few details incorrect and unnecessarily sophisticated. Starting with a rigorous treatment of induction which allows to consider all phenomena of induction from a unique point of view, a way is proposed that is consistent with the "official" view of induction and that is clearly understandable for students and avoids unnecessary tricks and apparent explanations.

I Einleitung

Die übliche Behandlung der Induktion in der Schule, insbesondere in der Sekundarstufe II, befriedigt sowohl von einem streng physikalischen Standpunkt aus gesehen als auch nach didaktischen Kriterien beurteilt wenig, zumindest soweit sie aus den gängigen Schulbüchern ersichtlich ist. Dabei ist die Maxwellsche Theorie des Elektromagnetismus seit mehr als 130 Jahren bekannt und auch das Verständnis der Elektrodynamik als relativistischer Theorie ist seit mehr als 100 Jahren gesichert.

Folgende Punkte erscheinen problematisch:

1. Die Schulphysik unterscheidet mindestens zwei Arten von Induktion, nämlich einmal die bei der Bewegung eines Leiters im Magnetfeld entstehende "**Lorentz-Induktion**", bei der angeblich (und unter bestimmten Umständen auch wirklich) ein statisches elektrisches (Potenzial-) Feld entsteht, und dann die "**Maxwell-Induktion**", die bei zeitabhängigen Magnetfeldern stattfindet und bei der ein elektrisches Wirbelfeld entsteht. Beide Arten der Induktion wurden

von Faraday gefunden; nur für diesen Aufsatz sollen zur Unterscheidung die beiden Namen eingeführt werden. Der Name der "Lorentz-Induktion" soll daran erinnern, dass sie durch die Lorentz-Kraft angeblich kausal "erklärt" werden kann, der Name der "Maxwell-Induktion" soll andeuten, dass die elektrischen Wirbelfelder üblicherweise mit den Maxwell-Gleichungen beschrieben werden. Gelegentlich wird auch eine dritte Art von Induktion, die "**Flächeninduktion**" behandelt, bei der die Änderung des magnetischen Flusses durch eine Flächenänderung erfolgt. Diese drei scheinbar grundverschiedenen Arten von Induktion sollen nach der Schulphysik außer dem Namen nur mehr - wenn auch mehr oder weniger wunderbarerweise - das integrale Induktionsgesetz $U_{\text{ind}} = -n \cdot d\Phi/dt$ gemeinsam haben mit der induzierten Spannung U_{ind} , der Windungszahl n der Induktionsspule und der Änderungsgeschwindigkeit $d\Phi/dt$ des magnetischen Flusses Φ . U_{ind} soll dabei die „Spannung zwischen den Enden einer Spule oder Leiterschleife“ sein.

2. Die Schulphysik erklärt die "**Lorentz-Induktion**" als kausale Folge der Lorentz-Kraft. Das Auftreten der Lorentz-Kraft (beschrieben vom System aus, gegenüber dem eine Bewegung erfolgt) ist aber (gesehen vom mitbewegten System aus) gerade die Induktion, die erklärt werden soll. Schauen wir uns an, was die Relativitätstheorie dazu sagt. In einem Bezugssystem K sollen Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} gemessen werden. Ein Beobachter K' , der gegenüber einem Bezugssystem K mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} bewegt ist, beobachtet dann (in nichtrelativistischer Näherung) Felder \mathbf{E}' und \mathbf{B}' mit

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \text{und}$$

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B} - 1/c^2 \mathbf{v} \times \mathbf{E} \approx \mathbf{B}$$

Rückwärts gelten entsprechend die Transformationsformeln der Lorentz-Transformation:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}' - \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}' + 1/c^2 \mathbf{v} \times \mathbf{E}' \approx \mathbf{B}'$$

Sie werden anschaulich dadurch motiviert, dass jetzt das System K mit der Geschwindigkeit $-\mathbf{v}$ gegenüber K' bewegt ist. Dieses Feld \mathbf{E}' ist das induzierte elektrische Feld im Fall der so genannten „Induktion durch Bewegung“. Es könnte noch einen Zusatzanteil des induzierten Feldes enthalten, wenn \mathbf{B} explizit zeitabhängig ist. Dann enthält bereits \mathbf{E} im Bezugssystem K ein durch zeitliche Änderung von \mathbf{B} induziertes elektrisches Feld. Die jeweils zweite LT für die Magnetfelder brauchen wir hier (bei Geschwindigkeiten $v \ll c$) nicht zu betrachten.

Im System K' wirkt auf eine Ladung q eine elektrische Kraft:

$$\mathbf{F}' = q \cdot \mathbf{E}' = q \cdot \mathbf{E} + q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Sie wird im System K als die Summe aus einer elektrischen und einer Lorentz-Kraft interpretiert.

Das ist also die Lorentz-Kraft und dem Leser wird wieder der Zusammenhang zwischen Induktion und Lorentz-Kraft bewusst, in dem Sinn, dass die Lorentz-Kraft eine Folge des durch die LT in K' auftretenden elektrischen Feldes \mathbf{E}' ist. Sie erzeugt bei Stromlosigkeit ein elektrostatisches Gegenfeld in einem stabförmigen Leiter, wodurch die Induktion durch eine Spannung im Sinne

einer Potenzialdifferenz nachweisbar wird. Nur der letzte Schritt wird in der Schule üblicherweise diskutiert.

Die "Erklärung" der Induktion durch die Lorentz-Kraft mutet ähnlich an, wie wenn man auf die Frage, warum ein Stein fällt, damit antworten würde, wie der Stein es fertig bringt, den Schalter auszulösen, mit dem die Fallzeit gemessen wird. Das Argument der Schulphysik erklärt nichts weiter, als wie aus dem bei der Induktion entstehenden elektrischen Wirbelfeld \vec{E}' ein zusätzliches durch eine Spannung nachweisbares (statisches) Potenzialfeld erzeugt wird, wenigstens in einem bestimmten Bezugssystem (K). Und auch das geschieht nur für einen recht uninteressanten Fall, nämlich, wenn kein Induktionsstrom fließt.

Unberücksichtigt bleibt dagegen, dass in der didaktischen Literatur Situationen erläutert werden, wo durch magnetische Abschirmung des „bewegten“ Leiters das Magnetfeld an der Leiterbrücke auf Null gehalten wird, obwohl Induktion stattfindet [4]. Naiv argumentierend hätte man für diesen Fall das Verschwinden der Lorentz-Kraft erwartet.

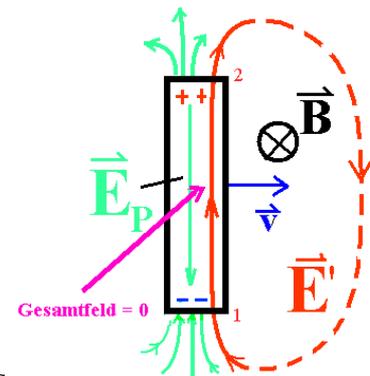


Abb. 1 Nachweis der Induktionsspannung nach dem Vorgehen der Schule: Durch das elektrische Wirbelfeld \vec{E}' entsteht eine Lorentz-Kraft auf Ladungen in einem stabförmigen Leiter. Sie verschiebt Ladungen, wodurch ein elektrostatisches Gegenfeld \vec{E}_p aufgebaut wird, evtl. messbar durch eine Potenzialdifferenz. Nur der letzte Schritt wird in der Schule betrachtet.

- Die Schulphysik lässt völlig unklar, dass der wesentliche Vorgang bei allen Arten der Induktion die Entstehung eines **elektrisches Wirbelfelds** ist. Dieses tritt in diesem Zusammenhang das erste Mal auf und lässt sich deshalb auf keine andere Tatsache zurückführen. Doch wäre sie auch auf Schulniveau als zwingende Folgerung des Experiments leicht plausibel zu machen. Lediglich für den Fall zeitabhängiger Magnetfelder weisen manche Schulbücher in einem Kapitel mit einer sog. "vertieften Auffassung" der Induktion auf elektrische Wirbelfelder hin.
- Die Schulphysik gerät auch hier wieder in die Gefahr, die übliche Irrlehre zu verbreiten, in der Physik sei "alles (kausal) erklärbar, eines ergebe sich aus dem anderen". Auch wir Physik-Lehrer sollten ehrlich sein und in diesem Fall wie in anderen Fällen zugeben, dass wir hier an einem Punkt angelangt sind, wo im Unterricht Deduktion versagt und nur noch (methodische) Induktion weiterhilft. Wer kann schon "erklären", warum ein Stein fällt, obwohl jeder mit Hilfe des Gravitationsgesetzes Bedingungen des Falls und seine Gesetzmäßigkeiten angeben und die Fragestellung mit Hilfe der Gravitationskraft umformulieren kann? Scheinerklärungen anzubieten, wo es keine echten Erklärungen gibt, dürfte kaum zu den Aufgaben der Schulphysik gehören.
- Die Schulphysik untersucht in der Regel nicht, was überhaupt bei der Induktion entsteht. Je nach experimenteller Technik oder Situation wird entweder nur von Induktionsströmen gesprochen oder neuerdings mehr - seitdem hochohmige Spannungsmesser eingesetzt werden - von Induktionsspannungen, für die dann gleich das integrale Induktionsgesetz formuliert wird. **Glaubt man der Maxwell'schen Theorie, dann entsteht primär ein elektrisches Wirbelfeld**, das eventuell durch Erzeugung eines elektrostatischen (Sekundär-)Feldes bzw. einer Spannung oder durch einen Induktionsstrom als Folge der Ladungsverschiebungen gemessen werden kann.
- Die Schulphysik behauptet fälschlicherweise, die "Lorentz-Induktion" sei - anders als die "Maxwell-Induktion"- an das Vorhandensein eines Leiters oder von freibeweglichen Ladun-

gen gebunden. Natürlich: die Ladungsverschiebung durch das bei der Induktion entstehende elektrische Wirbelfeld beim Nachweis der Induktion durch Induktionsströme oder bei der Ausbildung einer Spannung im Sinne einer Potenzialdifferenz setzt Ladungen voraus. Aber Induktion findet auch ohne Leiter statt: die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen wird zu 50% durch die Induktion im Vakuum erklärt!

7. Manche Lehrbücher behaupten, es gebe auch eine Induktion ohne eine Flussänderung. Die Aussage muss differenziert betrachtet werden. Bei richtiger Interpretation des integralen Induktionsgesetzes ist jede Induktion **ausnahmslos mit einer Änderung des magnetischen Flusses** gekoppelt. Die Bedingung dafür ist aber genauer zu untersuchen.
8. Manche Lehrbücher behaupten, es gebe auch Fälle, wo trotz einer Änderung des magnetischen Flusses keine Induktion stattfindet. Wenn der Zusammenhang zwischen Induktion und Flussänderung wirklich so unsicher wäre, hätte er in der Schule nichts zu suchen. Es wird sich aber herausstellen, dass es - bei richtiger Interpretation - solche Ausnahmefälle nicht gibt.
9. Manche Schulbücher verwenden zu einer sehr knappen Angabe der Bedingungen für die "Lorentz-Induktion" das Faradaysche "**Stachelmodell**", nach dem eine Spannung induziert werden soll, wenn eine Leiterbrücke die - nicht existenten - magnetischen Feldlinien ("Stachel") schneidet. Der Schüler ist geneigt, dies als eine kausale Plausibilitätserklärung für die Induktion anzusehen. Tatsächlich ist es jedoch so, dass die Leiterbrücke keinerlei Größen- oder Strukturveränderung des homogenen magnetischen Feldes bei seiner Bewegung "bemerkte". Solche „Stachel“, an denen der Leiterbügel vorbei kommt, gibt es nicht. Durch eine Messung des Magnetfeldes **allein** könnte ein mitbewegter Beobachter keine Relativbewegung zum homogenen Magnetfeld feststellen, und bei einem inhomogenen Feld kann er durch **B**-Messung nicht feststellen, ob die Magnetfeldänderung vielleicht durch eine zeitliche Veränderung von **B** zustande kommt. Woher "weiß" also der Leiter, dass er eine Spannung induzieren soll? Insbesondere, wenn durch eine magnetische Abschirmung [4] oder durch eine Kombination von Magneten [10] das Magnetfeld am Leiter sogar auf Null gehalten wird?
10. In manchen Schulbüchern wird die hier so genannte Lorentz-Induktion „Induktion im bewegten Leiter“ genannt, wohl in der Meinung, dass hier die Bewegung die Ursache der Induktion ist. Dem stellen sie die „Induktion im ruhenden Leiter“ gegenüber. Abgesehen davon, dass die Induktion, wie man am Beispiel elektromagnetischer Wellen sieht, keines Leiters bedarf, kennzeichnet die Bezeichnung nicht das Wesen des Unterschieds: „Ruhe“ ist ja wohl nicht die Ursache dieser Induktion, sondern eine explizite Zeitabhängigkeit von **B**. Und eine Ruhe absolut festzustellen, ist ohnehin nicht möglich: **Jeder Leiter ist bewegt, jeder Leiter ruht zugleich**, je nach Bezugssystem! Wer solche Begriffe verbreitet, hat Grundbegriffe der heutigen Physik nicht verstanden!
11. Traditionell wird in Schulbüchern erst die „Lorentz-Induktion“ behandelt, dann die „Maxwell-Induktion“. Durch diese Reihenfolge wird oft ein Verständnis der „Maxwell-Induktion“ oder des **eigentlichen Kerns der Induktion verbaut**. Die Erfahrung zeigt, dass Schüler, die glauben, die „Lorentz-Induktion“ verstanden zu haben, Lernblockaden entwickeln, die ein weiteres Verständnis der Induktion unmöglich machen. Solche Schüler suchen dann vergeblich bei der „Maxwell-Induktion“ nach einer Lorentz-Kraft, oder erwarten, dass die Induktionsspannung eher vom Umfang einer Leiterschleife abhängt, als von der eingeschlossenen Fläche, weil sie die Induktion ja für ein „lokales“ Phänomen halten, das im Leiter passiert.
12. Führt man die Induktion über die Lorentz-Kraft ein, gar im Sinn von „Induktion im bewegten Leiter“, wird fälschlicherweise suggeriert, dass Induktion ein lokaler Vorgang am Ort des Leiters sei. Dies führt zu vielfältigen Fehlschlüssen, wie auch in Punkt 11.

II Das Standard-Vorgehen der Schulbücher

Aus der empirisch gewonnenen Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld wird unter Zugrundelegung eines elementaren Leitfähigkeitsmodells auf die Lorentz-Kraft einer bewegten Ladung im Magnetfeld geschlossen. Diese Lorentz-Kraft verschiebe umgekehrt in einem senkrecht zum Magnetfeld bewegten Leiter die Elektronen in seine Längsrichtung und führe zu einer Ladungsanhäufung und einem Ladungsmangel an den Enden des Leiters, die durch die entstehende Spannung, eben die Induktionsspannung, nachgewiesen werden. Demnach wäre Induktion die Entstehung eines elektrostatischen (Potential-) Felds als Folge der Ladungsverschiebung durch die Lorentz-Kraft („**Lorentz-Induktion**“).

Sobald der Schüler glaubt, verstanden zu haben, wie diese Art der Induktion entsteht, wird Induktion bei konstanter Windungsfläche, aber bei zeitlich veränderlichem Magnetfeld („**Maxwell-Induktion**“) behandelt. Hierbei wird entweder kommentarlos auf eine "Erklärung" verzichtet, oder es wird in einem Kapitel über eine "vertiefte Auffassung" für einen Spezialfall die Äquivalenz zur "Lorentz-Induktion" mehr oder weniger gut gelungen gezeigt. Hierbei wird in seltenen Fällen demonstriert, dass jetzt Induktion mit der Entstehung eines elektrischen Wirbelfelds verbunden ist. Im gleichen Zusammenhang, teilweise auch vor der "Maxwell-Induktion", wird Induktion als Folge einer Flächenänderung bei zeitlich konstantem Magnetfeld („**Flächeninduktion**“) vorgestellt und mit Hilfe der Lorentz-Kraft quantitativ "erklärt". Im Bereich der Anwendungen wird dann manchmal ohne Zusammenhang zum elektrischen Wirbelfeld, eher im Zusammenhang mit der Lenz'schen Regel, von Wirbelströmen gesprochen, die manchmal sogar mit Klimmzügen durch die Lorentz-Kraft erklärt werden.

III "Paradoxa"?

1. Ein kritischer Schüler sollte nach dem Durchlaufen des Standard-Lehrgangs auch auf Schwierigkeiten stoßen: Ausgehend vom behandelten Gedankenversuch zur Flächen-Induktion durch Verschieben einer Leiterbrücke im Magnetfeld, könnte er sich eine Seite einer Rechtecksschleife in verschiedener Weise im magnetischen Feld eines Hufeisenmagneten bewegt denken (die gegenüberliegende Seite sei stets außerhalb des Felds, in einem Bereich, wo die magnetische Flussdichte vernachlässigbar ist; die Fläche der Rechtecksschleife ändere sich nicht):

Fall a): Wenn die Leiterschleife bei der Verschiebung in einer Ebene senkrecht zum Magnetfeld verbleibt, wird er den behandelten Fall erkennen und die Induktion als "Lorentz-Induktion" und auch als "Flächen-Induktion" erklären können (Abb. 2).

Fall b): Qualitativ ähnliches könnte er sagen, wenn die Leiterbrücke im Magnetfeld schaukelt. Die Flussänderung wäre dann deutbar - wenn auch nur zum Teil - als Veränderung der Komponente des Magnetfelds senkrecht zur Leiteroberfläche oder als Veränderung der dem Magnetfeld senkrecht dargebotenen Fläche (Abb.3).

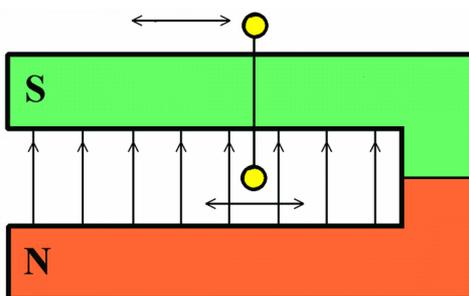


Abb. 4 Eine hängende Leiterschleife wird im homogenen Magnetfeld eines Hufeisenmagneten verschoben: Drei Seiten sind immer im feldfreien Bereich, eine stets im Bereich konstanten Magnetfelds. Gibt es eine Änderung des magnetischen Flusses als Ursache der Induktion?

wird: klare "Lorentz-Induktion", aber wo liegt hier eine Flussänderung vor? (Abb. 7)

Und wenn jetzt gar noch die hängende Leiterschleife ruht und nur der Magnet hin und her geschoben wird (Abb. 5)? Um Lorentz-Induktion anwenden zu können, müssten die Elektronen mitbekommen, dass sich die fernen Schenkel des Magneten bewegen. Das Feld an ihrem Ort bleibt aber immer unverändert!

Es ist wohl bekannt, wie sich das **scheinbare Paradoxon** auflösen lässt: Bei der Bewegung än-

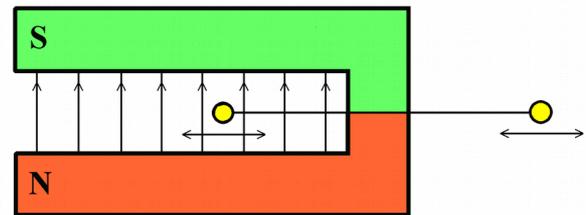


Abb. 2 Verschiebung einer horizontalen Leiterschleife im homogenen Magnetfeld eines Hufeisenmagneten: Hier könnten auch Schüler eine Flussänderung sehen. Ist sie es, die für die Induktion verantwortlich ist?

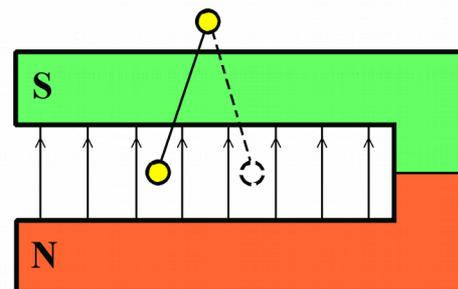


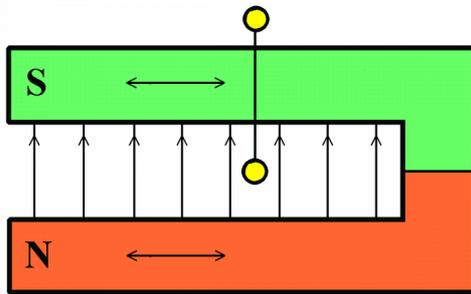
Abb. 3 Schaukeln einer hängenden Leiterschleife im homogenen Magnetfeld eines Hufeisenmagneten: hier könnten Schüler eine Flussänderung sehen. Ist sie es, die für die Induktion verantwortlich ist? Leider nur zum Teil.

Fall c): Wie soll er aber eine Flussänderung erkennen, wenn die Leiterschleife in Ebenen parallel zum Magnetfeld verbleibt und senkrecht dazu verschoben wird? (Abb. 4)

"Lorentz-Induktion" liegt vor, aber **scheinbar** keine "Maxwell-" und "Flächeninduktion". Gilt hier etwa das integrale Induktionsgesetz nicht? Ändert sich etwa der magnetische Fluss, der die Leiterschleife senkrecht durchsetzt? Ändert sich etwa die Fläche oder das Magnetfeld innerhalb der Leiterschleife?

Die Situation lässt sich verschärfen, wenn eine kreisförmige Leiterschleife im konstanten Feld eines sehr langen Topfmagneten konzentrisch in Achsenrichtung verschoben

dert sich, von der Schleife aus gesehen, innerhalb der Schleife sehr wohl die magnetische Flussdichte \mathbf{B} , nämlich innerhalb der Schenkel des Magneten, dort, wo die Polschuhe (Schenkel) die Leiterfläche durchstoßen (Abb. 6).



Über das \mathbf{B} -Feld im Polschuh (in den Schenkeln des Hufeisenmagneten) weiß der Schüler in der Regel nichts, und so müssen diese Versuche für ihn unverständlich bleiben.

Dass man so verschiedenartige Deutungen heranziehen kann, weist schon darauf hin, dass die Lorentz-Induktion nicht die ihr von der Schulphysik zugewiesene Sonderrolle

Abb. 5 Eine hängende Leiterschleife ruht im unveränderlichen homogenen Magnetfeld eines Hufeisenmagneten (Laborsystem). Nur dieser selbst wird verschoben. Woher 'wissen' die Elektronen, dass sich 'das Magnetfeld relativ zu ihnen bewegen soll'? Gibt es überhaupt eine Lorentz-Kraft?

2. Wenn man das **Stachelmodell** des magnetischen Feldes wörtlich nimmt, dann sollte der im Magnetfeld bewegte Leiter beim Schneiden der Feldlinien eine Induktionsspannung produzieren. Tatsächlich "bemerkt" die

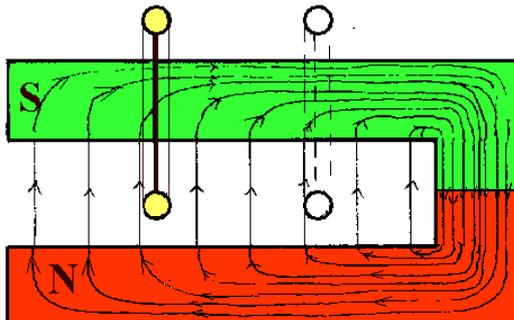


Abb. 6 Eine Flussänderung findet bei der Verschiebung der Leiterschleife statt, weil sich dabei die magnetische Flussdichte \mathbf{B} im Bereich des Hufeisenschenkels ändert

Leiterbrücke aber keinerlei Veränderungen des magnetischen Feldes, sofern es homogen ist, weder der Größe, noch der Struktur nach. Die Feldlinien kann er auch nicht "sehen", da es sie nicht gibt. Der Witz liegt ja gerade darin, dass sich der Leiter im konstanten Magnetfeld bewegt. Woher "wissen" die Elektronen im Leiter, dass sie sich im Magnetfeld bewegen, wo sie doch immer dasselbe Magnetfeld "erspüren" und von den fernen Polschuhen keinerlei Kenntnis haben? Sie müssen offensichtlich etwas Zusätzliches "bemerken", wir wissen: ein elektrisches Feld $\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$.

Die Entstehung dieses elektrischen Feldes, wie es von den Elektronen "gesehen" wird, ist die Induktion für diesen Fall.

Die feldtheoretische Formulierung der Elektrodynamik ist so, dass es nicht darauf ankommt, ob die felderzeugenden Polschuhe des Magneten ruhen oder sich bewegen (sofern dadurch nicht eine Zeitabhängigkeit des Magnetfelds zustande kommt, bei einem inhomogenen Feld etwa). In die Feldstärke \mathbf{E} geht nur die Relativgeschwindigkeit \mathbf{v} zu einem System ein, in dem ein wie auch immer erzeugtes Magnetfeld \mathbf{B}' gemessen wird.

3. Aus der Bewegung einer Leiterbrücke in einem homogenen Magnetfeld wird mittels der Lorentz-Kraft in der Schulphysik üblicherweise auf eine Induktionsspannung U im Sinne einer Potenzialdifferenz geschlossen. Unter geeigneten Bedingungen (z.B. kein Stromfluss) entsteht diese tatsächlich als Endzustand (nach weiteren Vorgängen zusätzlich zur Induktion: Entstehung eines Gleichgewichtszustands zwischen Lorentz-Kraft und allmählich entstehender elektrostatischer Kraft). In diesem Fall ist letzten Endes ein Zustand entstanden, der sich je nach Bezugssystem unterschiedlich sehen lässt: (Zu einer korrekten Formulierung der Induktion sollte man die Ringspannung verwenden, definiert für eine geschlossene Kurve C durch

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \neq 0$$

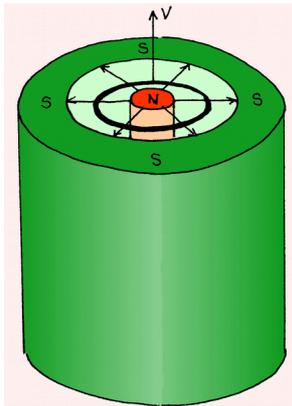


Abb. 7 Verschiebung einer Leiterschleife längs der Symmetrieachse im radialen Feld eines Topfmagneten. Jeder Teil der Leiterschleife verbleibt bei der Bewegung im selben Magnetfeld. Wie soll die Leiterschleife "wissen", dass sie eine Spannung induzieren soll?

- Im Bezugssystem der Leiterbrücke ist das Leiterinnere frei von elektrischem Feld; das elektrische Wirbelfeld und das sekundäre elektrostatische Feld heben sich gegenseitig auf. Die Ringspannung ist $\neq 0$, weil zum Umlaufintegral nur das Feld im Außenbereich beitragen kann.
- Im Bezugssystem, in dem der Magnet ruht, ist durch die Ladungsverschiebung ein elektrisches Feld mit der Ringspannung 0 entstanden. Es wird durch eine Spannung im Sinne einer Potenzialdifferenz nachgewiesen.

4. Bei der fast gleichartigen Situation der Bewegung eines geschlossenen Kreisrings, wie etwa im konstanten Feld eines Topfmagneten (Abb. 7) kann eine solche Spannung U (im Sinne einer Potenzialdifferenz) nicht entstehen. Die Schulphysik vermag zwar zu erklären, wie durch die Lorentz-Kraft eine Verschiebung der Ladungen im Ring, also ein „Induktionsstrom“ entsteht. Eine Größe dieses Stromes aber vorherzusagen gelingt ihr selbst bei bekannter Leitfähigkeit σ des Rings nicht. (Es sei denn, der Kreisring wird unterbrochen.) Es entsteht in diesem Fall ja auch keine Spannung U , wohl aber eine Ringspannung (im System des Rings). Das mit ihr verbundene elektrische Wirbelfeld \mathbf{E} sorgt vermöge $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ für eine Strom mit der Stromdichte \mathbf{j} . Hier sind die Diskrepanzen zwischen der Schulphysik und der offiziellen Physik klar erkennbar.

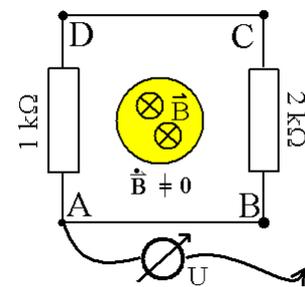


Abb. 8 Die magnetische Flussdichte \mathbf{B} ändere sich so, dass die Spannung $U_{ABCD} = 15 \text{ mV}$. Dann lassen sich von A aus folgende Spannungen messen: $0 \text{ mV}, 10 \text{ mV}, -5 \text{ mV}, -15 \text{ mV}$. Insbesondere U_{AA} kann $0 \text{ mV}, 15 \text{ mV}, -15 \text{ mV}, +30 \text{ mV}, \dots$ sein. Wie sollte das bei einem Potenzialfeld möglich sein?

5. Ein Standard-Beispiel für die Induktion in der Schule ist die Leiterbrücke, die sich im homogenen Feld bewegt. Nehmen Sie wieder die Situation von Abb. 4. Schirmen Sie den Teil der Leiterschleife, der sich im homogenen Magnetfeld befindet (also den Teil der Leiterschleife, auf den es angeblich nach der Schulphysik ankommt), durch ein formiertes Mue-Metallröhrchen [4] magnetisch ab. Um sicher zu gehen, messen Sie das Magnetfeld im Inneren des Röhrchens, also längs der Leiterbrücke nach und bestätigen, dass es verschwindet. Bei seiner Bewegung kommt kein Teil der Leiterbrücke je in ein Magnetfeld. Gibt es also keine Lorentz-Kraft auf die Elektronen in der Leiterbrücke? Weit gefehlt: Obwohl das Magnetfeld an der Leiterbrücke verschwindet, gibt es dort eine Lorentz-Kraft. Wir wissen auch warum: Induktion muss stattfinden, weil sich ja das Magnetfeld innerhalb der Leiterschleife ändert, hier also im Inneren des Hufeisenmagneten, und damit auch der magnetische Fluss. Hier liegt also ein Fall der (vermeintlichen) „Induktion ohne Magnetfeld“ vor! Absurd, wenn man an die Schulphysik glauben würde!
6. Dass bei der Induktion i.A. keine Spannung im Sinne einer Potenzialdifferenz entsteht, die per definitionem wegunabhängig sein muss, kann man mit einem gewöhnlichen Voltmeter nachprüfen (Abb. 8).

IV Aussagen der Elektrodynamik zur Induktion

IV.1 Bei der Induktion entsteht eine Ringspannung

Die Aussage der Elektrodynamik ist eindeutig und viel einfacher als die mancher Schulbücher: Wenn sich innerhalb einer geschlossenen Linie C , sei sie nun materiell (mit Leitern) belegt oder nicht, der magnetische Fluss - wie auch immer - ändert, dann ist das Umlaufintegral (\oint)

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \neq 0$$

von Null verschieden. Es wird „**Ringspannung**“ U_R genannt, wodurch auch der Unterschied zur **gewöhnlichen Spannung** (im Sinne einer Potenzialdifferenz) gekennzeichnet ist, bei deren Existenz das Umlaufintegral 0 wäre. Im Fall der Induktion mit von 0 verschiedener Ringspannung gilt dann nach dem Induktionsgesetz:

$$(1) \quad U_R = \oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = -n \frac{d\Phi}{dt} = -n \frac{d}{dt} \iint_C \mathbf{B}' \cdot d\mathbf{f} \quad (\mathbf{B} \approx \mathbf{B}')$$

Dies ist das Induktionsgesetz in integraler Form. Die **vom System der Kurve C aus gemessenen Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} und die Koordinaten sind ungestrichen**, die in einem eventuell davon verschiedenen **Laborsystem gestrichen**. d/dt kennzeichnet die totale Ableitung relativ zur geschlossenen Linie C . (\oint : Linienintegral; \iint : Flächenintegral)

Daraus ergibt sich:

1. Das bei der Induktion entstehende elektrische Feld \mathbf{E} , gemessen im System der geschlossenen Kurve C , ist ein Wirbelfeld mit der Wirbelstärke **rot $\mathbf{E} \neq 0$** . Es kann kein (statisches) Potenzialfeld sein (**rot $\mathbf{E} = 0$**), da dann das Umlaufintegral verschwinden würde. Grundsätzlich können Potenzialfelder bei stationären oder quasistationären Strömen auch nicht dauerhaft die Stromwärme heranschaffen.

2. **Es gibt keine Induktion ohne eine Änderung des magnetischen Flusses.** Diese Aussage muss allerdings interpretiert werden. Man muss Vorsicht walten lassen bei der Auswahl des Bezugssystems (der Bezugssysteme), in dem man das integrale Induktionsgesetz anwendet. Auch wenn man in dem einem Bezugssystem eine Änderung des magnetischen Flusses beobachtet - hier ist also das integrale Induktionsgesetz anwendbar - so kann es doch sehr wohl andere geben, in denen sich der magnetische Fluss nicht ändert, in denen also das Induktionsgesetz in dieser Form nicht anwendbar ist. Man könnte dies lediglich als eine Frage der Anwendbarkeit des Induktionsgesetzes auffassen, wenn es sich nicht zeigen ließe, dass auch in den Fällen, in denen es in der Literatur abgestritten wird, eine Flussänderung auftritt. Dies wird später an Beispielen erläutert werden.

IV.2. Induktion und Lorentz-Transformation

Die Wirbel des elektrischen Feldes \mathbf{E} - (gemessen in dem System, in dem das integrale Induktionsgesetz anwendbar ist, also relativ zur Kurve C) können nach der Gleichung (S. Kap. IV.6)

$$(2) \quad \text{rot } \mathbf{E} = - \partial \mathbf{B}' / \partial t + \text{rot } (\mathbf{v} \times \mathbf{B}')$$

entstehen, wenn sich ein magnetisches Feld \mathbf{B}' explizit zeitabhängig ändert ($\partial \mathbf{B}' / \partial t$), und/oder wenn sich das betrachtete Bezugssystem relativ zu einem anderen, in dem \mathbf{B}' gemessen (und nicht notwendigerweise erzeugt) wird, mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} bewegt. \mathbf{E} und \mathbf{B}' der Formel werden in unterschiedlichen Bezugssystemen gemessen! Es gibt Fälle (Kap.II.8), bei denen eine scheinbare explizite Zeitabhängigkeit für im gleichen System gemessene Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} gerade durch eine solche Bewegung zustande kommt. Verschiebung im inhomogenen Magnetfeld wäre ein Beispiel. Die beiden Anteile gemäß (2) treten nur dann auf, wenn man die Felder in unterschiedlichen Bezugssystemen betrachtet.

Im System, in dem \mathbf{B}' und \mathbf{E}' gemessen wird (im Laborsystem), gilt, u.a. auch nach Ausweis einer Lorentz-Transformation der Felder, ($\text{rot} = \text{rot}'$; $d/dt = d/dt'$) bis auf Terme der Ordnung $(v/c)^2$, also in nichtrelativistischer Näherung:

$$(3) \quad \mathbf{E}' = \mathbf{E} - \mathbf{v} \times \mathbf{B}' :$$

Plausibel gemacht wird diese Beziehung üblicherweise mit dem Argument, dass im "bewegten" Bezugssystem, in dem \mathbf{E} gemessen wird, eine elektrische Kraft $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$ entsteht, die aber im System der Felder \mathbf{E}' und \mathbf{B}' auch einen Anteil durch die Lorentz-Kraft $-q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$ enthält. Dementsprechend besteht die rein elektrische Kraft $q \cdot \mathbf{E}'$ im Laborsystem nur noch aus dem Rest. (Das Laborsystem bewegt sich relativ zu dem System, in dem \mathbf{E} gemessen wird, mit der Geschwindigkeit $-\mathbf{v}$.)

Damit wird dann im Laborsystem das Induktionsgesetz in differentieller Form:

$$(4) \quad \text{rot}' \mathbf{E}' = - \partial \mathbf{B}' / \partial t ,$$

d.h., wenn hier das Magnetfeld zeitlich konstant ist, wird hier - anders als im System der Kurve C - auch kein Wirbelfeld zu beobachten sein, höchstens also ein Potenzialfeld \mathbf{E}' . In diesem Bezugssystem gilt dann das integrale Induktionsgesetz nicht, und das, obwohl im anderen Bezugssystem sehr wohl ein Wirbelfeld \mathbf{E} auftritt.

Die Relativitätstheorie macht eine klare Aussage über die Größe des elektrischen Feldes \mathbf{E} , das beobachtet wird, wenn sich ein Beobachter mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} relativ zu einem anderen System bewegt, in dem ein magnetisches Feld \mathbf{B}' (zeitlich konstant oder zeitabhängig) und ein elektrisches Feld \mathbf{E}' gemessen werden. Es wird hier bis auf Terme der Ordnung $(v/c)^2$ angegeben:

$$(3'') \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}' + \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$$

in Übereinstimmung mit den plausiblen Überlegungen mit der Lorentz-Kraft $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$, die der Beobachter als Beitrag zur elektrischen Kraft sieht.

IV.3. Die Induktion lässt sich nicht kausal auf etwas anderes zurückführen

Die Relativitätstheorie gibt als phänomenologische Theorie keinerlei kausale Erklärung für das Entstehen dieses Feldes \mathbf{E} . Wäre \mathbf{B}' explizit zeitabhängig, würde das differentielle Induktionsge-

setzt $\text{rot}' \mathbf{E}' = - \partial \mathbf{B}' / \partial t$ schon im \mathbf{E}' - \mathbf{B}' -System ein elektrisches Feld \mathbf{E}' liefern, das in obige Formel eingeht. Das elektrische Feld \mathbf{E} im "bewegten" System enthielte dann beide Anteile. Man kann sich streiten, ob man die eben diskutierte "Lorentz-Induktion" als relativistischen Effekt auffassen will oder nicht.

IV.4 Die Elektrodynamik ist feldtheoretisch formuliert

Das gilt insbesondere für das Induktionsgesetz und die Transformationsformeln. Eine Bewegung der Quellen und Wirbel dieser Felder kommt nirgends ins Spiel, lediglich eine Bewegung der Bezugssysteme relativ zueinander, **in denen die Felder gemessen werden**. In nichtrelativistischer Näherung gilt sogar $\mathbf{B} \approx \mathbf{B}'$. Eine Bewegung gegenüber "Feldlinien" - was immer das sei - ist physikalisch nicht relevant, auch nicht gegenüber einem felderzeugenden Magneten. Die Vorstellung, dass die „Stacheln“ auf dem Magneten befestigt seien wie die Borsten auf einem hin und her laufenden Igel („Igel-Modell“), entbehrt jeder Grundlage.

IV.5 Induktion findet nicht im „bewegten“ oder „ruhenden“ Leiter statt: sie findet ohne einen Leiter statt!

Im differentiellen wie im integralen Induktionsgesetz ist keine Rede vom Vorhandensein von Leitern oder Ladungen. C ist eine abstrakte mathematische Kurve, die nicht mit einer Leiterschleife zusammenfallen muss. Die Spekulation, dass die so beschriebenen Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} auch ohne ihren Nachweis mit Hilfe von Leitern und Ladungen vorhanden sind, liegt der gesamten Elektrodynamik zugrunde und hat sich seit den Tagen Maxwells, besonders seit der Entdeckung der elektromagnetischen Wellen, bewährt.

IV.6 Einheitliche Betrachtung von "Lorentz-", "Maxwell-" und "Flächen-" Induktion nach Panofsky und Phillips [1]

Die Punkte einer geschlossenen Kurve C bewegen sich mit Geschwindigkeiten $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r})$ relativ zu einem Bezugssystem, in dem ein beliebiges Magnetfeld \mathbf{B}' gemessen wird (Abb. 9), nennen wir es Laborsystem.

(\mathbf{r} kennzeichnet dabei den Ort des Punktes innerhalb der Kurve C . \mathbf{B}' gilt als die eigentliche magnetische Feldstärke und nicht \mathbf{H} , da \mathbf{H} nur eine zusammenfassende Aussage über die Größe und Verteilung der felderzeugenden „wahren“ Ströme ist.) ($\mathbf{B} \approx \mathbf{B}'$ in nichtrelativistischer Näherung). Für die Flussänderung in der von C aufgespannten Fläche gilt:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \Phi(t+\Delta t) - \Phi(t) \\ &= \oint_{C(t+\Delta t)} \mathbf{B}'(t+\Delta t) \cdot d\mathbf{f}(t+\Delta t) - \oint_{C(t)} \mathbf{B}'(t) \cdot d\mathbf{f}(t) \end{aligned}$$

mit Flächenintegralen (\oint) zur jeweiligen Zeit. Mit Hilfe einer Taylor-Entwicklung

$$\mathbf{B}'(t+\Delta t) \approx \mathbf{B}'(t) + \partial \mathbf{B}'(t)/\partial t \cdot \Delta t$$

erhalten wir für $\Delta \Phi$:

$$\left[\oint_{C(t+\Delta t)} \mathbf{B}'(t) \cdot d\mathbf{f}(t+\Delta t) - \oint_{C(t)} \mathbf{B}'(t) \cdot d\mathbf{f}(t) \right] + \oint_{C(t+\Delta t)} \partial \mathbf{B}'(t)/\partial t \cdot d\mathbf{f}(t+\Delta t) \cdot \Delta t$$

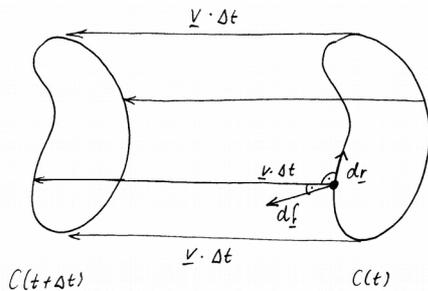


Abb. 9 Bewegung einer Kurve C im Magnetfeld

Zunächst ist also die Flussdifferenz zwischen den beiden durch $C(t)$ und $C(t+\Delta t)$ begrenzten Stirnflächen eines Volumens zur Zeit t zu berechnen ([...]), das in niedrigster Ordnung von Δt seitlich durch die Vektoren $\mathbf{v} \cdot \Delta t$ begrenzt ist. Dieser Anteil der Flussänderung kommt allein daher, dass die sich verschiebende Fläche der Leiterschleife andere Anteile von \mathbf{B}' erfasst. Der durch eine Stirnfläche eintretende und nicht wieder an der anderen Stirnfläche austretende Fluss muss wegen der Quellenfreiheit von \mathbf{B}' ($\text{div}' \mathbf{B}' = 0$) gleich dem durch die Seitenflächen austretenden Fluss sein, also

$$\begin{aligned} \oint_{C(t+\Delta t)} \mathbf{B}'(t) \cdot d\mathbf{f}(t+\Delta t) - \oint_{C(t)} \mathbf{B}'(t) \cdot d\mathbf{f}(t) &= - \oint_{C(t)} \mathbf{B}'(t) \cdot (\mathbf{dr} \times \mathbf{v} \cdot \Delta t) \\ &= - \oint_{C(t)} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}') \cdot \mathbf{dr} \cdot \Delta t \end{aligned}$$

da $\mathbf{dr} \times \mathbf{v} \Delta t = \Delta \mathbf{f}$ ein nach außen gerichtetes Flächenelement des Mantels ist. Man erhält also

$$\Delta \Phi = \oint_{C(t+\Delta t)} \partial \mathbf{B}'/\partial t \cdot d\mathbf{f}(t+\Delta t) \cdot \Delta t - \oint_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}') \cdot \mathbf{dr} \cdot \Delta t$$

oder im Limes $\Delta t \Rightarrow 0$:

$$(5) \quad d\Phi/dt = \oint_C \partial \mathbf{B}'/\partial t \cdot d\mathbf{f} - \oint_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}') \cdot \mathbf{dr}$$

Von der **Kurve C aus gesehen** setzt sich also die Flussänderungsrate $d\Phi/dt$ aus zwei Anteilen zusammen: einem Anteil infolge einer expliziten Zeitabhängigkeit von \mathbf{B}' und einem Bewegungsanteil. Bis auf das Vorzeichen ist dieser gleich der Flussänderungsrate durch die Mantelfläche des von C im Laborsystem überstrichenen Volumens. Deswegen enthält der Bewegungsanteil sowohl den Beitrag von einer Bewegung im (in)homogenen Feld wie auch von einer Flächenveränderung, beschreibt also Lorentz- und Flächeninduktion. Ursache dieses Mantelterms ist aber der Flussunterschied zwischen den Stirnflächen zu den Zeiten $t+\Delta t$ und t , der wegen der Quellenfreiheit von \mathbf{B}' in den Mantelterm umgerechnet werden konnte. Beim Hufeisenmagneten ist das der Flussunterschied in den Schenkeln an verschiedenen Positionen der Kurve C . Hier geht also wesentlich ein, dass \mathbf{B}' ein Wirbelfeld ist, von dem nur ein Teil zwischen den Schenkeln verläuft, ein anderer Teil in den Schenkeln (Abb. 6).

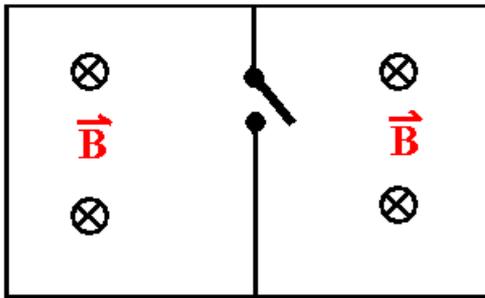
Wenn das integrale Induktionsgesetz gültig ist:

$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{dr} = - d\Phi/dt = \oint_C \text{rot } \mathbf{E} \cdot \mathbf{df} \quad (\oint: \text{Linienintegral}; \oint\!\!\!\!\!\!: \text{Flächenintegral})$$

mit der Interpretation, dass alle Felder und Koordinaten von der Leiterschleife aus gemessen werden, dann folgt mit Hilfe des Stokes'schen Theorems [$\oint \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \iint \mathbf{rot} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{f}$]

(2) $\mathbf{rot} \mathbf{E} = - \partial \mathbf{B}' / \partial t + \mathbf{rot} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}')$.

Dann entsteht demnach ein elektrisches Wirbelfeld \mathbf{E} im System der geschlossenen Kurve C , auch wenn \mathbf{B}' im ruhenden Labor-System zeitlich konstant ist, während im ruhenden Labor-System (mit $\mathbf{E}' = \mathbf{E} - \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$) $\mathbf{rot}' \mathbf{E}' = - \partial \mathbf{B}' / \partial t$ nur dann von 0 verschieden ist, wenn das Magnetfeld \mathbf{B}' in diesem System explizit von der Zeit abhängt. Das Magnetfeld hat seine Quellenfreiheit im Laborsystem erzwungen ($\mathbf{div}' \mathbf{B}' = 0$), indem es zusätzlich zum zeitabhängigen Anteil ein elektrisches Feld $\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$ induziert, jedenfalls aus der Sicht der Kurve C . In diesem Feld erfahren elektrische Ladungen eine Kraft $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E} = q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$, die *elektrischer* Natur ist, aber vom Laborsystem (in dem \mathbf{B}' gemessen wird) als *magnetische* Lorentz-Kraft aufgefasst wird.



"Maxwell-", "Lorentz-" und "Flächeninduktion" sind damit auf dieselbe Erscheinung zurückgeführt: die Entstehung eines elektrischen Wirbelfelds im System der geschlossenen Kurve C .

Abb. 10 Auch hier könnte man von einer Änderung des magnetischen Flusses sprechen, aber nicht im Sinne des Induktionsgesetzes!

"Maxwell-", "Lorentz-" und "Flächeninduktion" sind damit auf dieselbe Erscheinung zurückgeführt: die Entstehung eines elektrischen Wirbelfelds im System der geschlossenen Kurve C .

IV.7 Folgerung: Das integrale Induktionsgesetz umfasst „Lorentz-“ wie „Maxwell-Induktion“

Man kann dies auch anders auffassen: Man betrachtet ein bestimmtes infinitesimales Volumen $\Delta V'$, das im System des felderzeugenden Magneten ruht, durch das sich ein Teil der Induktionsschleife gerade mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} bewegt. Dann verschwindet für $\Delta V'$ $d\mathbf{B}'/dt'$ im System des Magneten.

Im System der Schleife ist die totalen Änderung $d\mathbf{B}/dt$ zu betrachten.

Ausgedrückt durch die (ungestrichenen) Felder der Schleife setzt sich diese aber aus einer expliziten Zeitabhängigkeit $\partial \mathbf{B} / \partial t$ und einem Bewegungsanteil zusammen (Vgl. z.B. Jackson [2] S. 212):

<i>System der Schleife</i>	<i>System des Magneten</i>
In $\Delta V'$: $d\mathbf{B}/dt = 0$	In $\Delta V'$: $d\mathbf{B}'/dt = 0$
$d\mathbf{B}/dt = \partial \mathbf{B} / \partial t + (-\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{B} = 0$	$\partial \mathbf{B}' / \partial t = 0$

(6) $d\mathbf{B}/dt = \partial \mathbf{B} / \partial t + (-\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{B} = 0$, (nichtrelativistisch: $dt = dt'$; $\mathbf{B}' \approx \mathbf{B}$)

da die Geschwindigkeit von $\Delta V'$ relativ zur Schleife $-\mathbf{v}$ ist. Man erhält für die Zeitableitung in $\Delta V'$, gesehen vom Ring:

$$(7') \quad \partial \mathbf{B} / \partial t = (\mathbf{v} \cdot \text{grad}) \mathbf{B}$$

Mit den Regeln der Vektoranalysis

$$(*) \quad (\mathbf{v} \cdot \text{grad}) \mathbf{B} = -\text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + (\text{div} \mathbf{B}) \mathbf{v} + (\mathbf{B} \cdot \text{grad}) \mathbf{v} - (\text{div} \mathbf{v}) \mathbf{B}$$

wird hieraus bei konstanter Geschwindigkeit \mathbf{v} und wegen der Quellenfreiheit von \mathbf{B} ($\text{div} \mathbf{B} = 0$):

$$(7'') \quad \partial \mathbf{B} / \partial t = -\text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

D.h. es ergibt sich im System der Schleife eine explizite Zeitabhängigkeit dadurch, dass sich diese Schleife im Feld des Magneten bewegt. Für die Wirbel von \mathbf{E} im System der Schleife folgt damit

$$(8) \quad \text{rot} \mathbf{E} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -\partial \mathbf{B} / \partial t$$

und das differentielle Induktionsgesetz $\text{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ gilt, wie erwartet, auch im System der Schleife. Dabei kommt die explizite Zeitabhängigkeit gemäß (7'') eben durch die Bewegung der Schleife zustande. Eine zeitliche Änderung von \mathbf{B} im Volumen $\Delta V'$ (gemessen im System der Schleife) ist hier auf eine Ortsabhängigkeit von $\mathbf{B} = \mathbf{B}'$ zurückgeführt. Zwischen "Lorentz-" und "Maxwell-" Induktion kann kein wesentlicher Unterschied bestehen. (Im Unterschied zu Gleichung (2) werden in Gl. (8) alle Felder im selben System der Schleife gemessen.) Es war ja auch zu erwarten, dass bei Änderungen von \mathbf{B} an einer Stelle nicht unterschieden werden kann, ob sich dort das Magnetfeld explizit zeitlich verändert, oder ob sich \mathbf{B} dort dadurch verändert, dass die Stelle jetzt eine andere Position im (inhomogenen) Magnetfeld einnimmt.

IV.8 Auch beim bewegten Leiter im homogenen Magnetfeld entsteht ein elektrisches Wirbelfeld

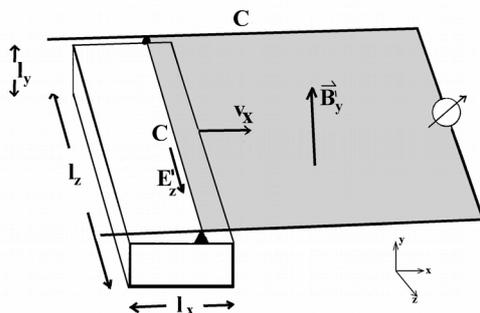


Abb. 11 Ein leitender Quader (Leiterbrücke) gleitet mittels Kontaktstellen auf Schienen. Die entstandene Leiterschleife wird senkrecht vom Magnetfeld durchsetzt. Die Felder im Laborsystem (des Leiterbügels) sind mit einem Strich gekennzeichnet.

Eine Leiterbrücke schließt einen U-förmigen Leiterbügel zu einer geschlossenen Induktionsschleife. Auf Kontakten (oder leitenden Rädern) gleite eine Leiterbrücke im homogenen Magnetfeld. Sie sei als Quader mit den Abmessungen l_x , l_y und l_z ausgebildet. Die Definition der Richtungen ergibt sich aus der Abb. 11.

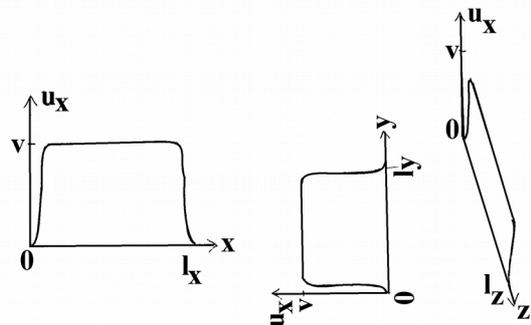
Nehmen wir an, es handle sich um ein homogenes externes Magnetfeld im Laborsystem. Nach der üblichen Argumentation in der Schule führt die Lorentz-Kraft (im Laborsystem) zu einer Ladungsverschiebung in der Leiterbrücke, die ein sekundäres elektrisches (Potential-) Feld \mathbf{E}_p zur Folge haben soll. Wir wissen andererseits, dass für die Ladungen in der Leiterbrücke nach der Relativitätstheorie (für kleine v/c) diese Ladungsverschiebung durch ein elektrisches Feld \mathbf{E} zustande kommt mit $\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$. Auf mitbewegte Ladungen entsteht dann eine Kraft $\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$, die im Laborsystem eben als die Lorentz-Kraft, im

System der Leiterbrücke als elektrische Kraft gedeutet wird.

Ist dieses Feld \mathbf{E} (im System der Leiterbrücke) nun ein Wirbelfeld, wie man nach den bisherigen Erörterungen erwarten müsste oder ein wirbelfreies Potenzialfeld, wie es die Argumentation der Schule anzudeuten scheint?

Für die geschlossene Kurve C der Induktionsschleife lässt sich **kein Bezugssystem mit einheitlicher Geschwindigkeit** angeben, höchstens viele lokale Systeme mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten \mathbf{u} . Wenn wir von dem Bezugssystem ausgehen, in dem der U-förmige Leiterbügel mit dem Messgerät ruht (Laborsystem), in dem das Magnetfeld \mathbf{B}' gemessen wird, dann hat dieser Teil der Kurve C die Geschwindigkeit $u = 0$ (Laborsystem), innerhalb der Leiterbrücke ist $\mathbf{u} = \mathbf{v}$.

Zur mathematischen Behandlung soll an den Mantelflächen der quaderförmigen Leiterbrücke ein stetiger Übergang von $\mathbf{u} = \mathbf{v}$ zu $\mathbf{u} = 0$ erfolgen. Geschwindigkeitsprofile zeigt dann Abb. 12 schematisch. Nachdem die Wirbelstärke von \mathbf{E} berechnet ist, kann man dann die Breite des Geschwindigkeitsabfalls gegen 0 gehen lassen. Für alle die lokalen Bezugssysteme längs C gilt nach der RT für $v \ll c$:



(9) $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}(\mathbf{r}) \times \mathbf{B}'$

wobei \mathbf{B}' längs C konstant ist. Für die Wirbelstärke dieses Feldes gilt:

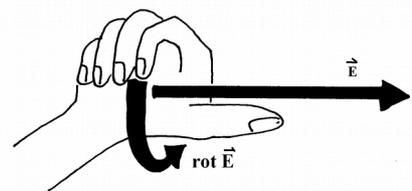
Abb. 12 kontinuierlicher Übergang von der Geschwindigkeit $u = 0$ zur Geschwindigkeit $u_x = v$ (schematisch)

(10) $\text{rot } \mathbf{E} = (\mathbf{B}' \cdot \text{grad}) \mathbf{u} - \mathbf{B}' \cdot (\text{div } \mathbf{u}) - (\mathbf{u} \cdot \text{grad}) \mathbf{B}' + \mathbf{u} \cdot (\text{div } \mathbf{B}')$

Der letzte Term verschwindet wegen der Quellenfreiheit von \mathbf{B}' , der vorletzte im homogenen Magnetfeld wegen der räumlichen Konstanz von \mathbf{B}' . $\text{rot } \mathbf{E}$ hat bei der Wahl der Richtungen nach Abb. 11 also höchstens in y -Richtung ($\mathbf{B}' \cdot \text{div } \mathbf{u}$ parallel zum Einheitsvektor \mathbf{j}) oder in x -Richtung ($(\mathbf{B}' \cdot \text{grad}) \mathbf{u}$ parallel zum Einheitsvektor \mathbf{i}) nichtverschwindende Komponenten. Im kartesischen Koordinatensystem gilt also:

(10') $\text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{B}'_y \cdot \partial u_x / \partial y \mathbf{i} - \mathbf{B}'_x \cdot \partial u_x / \partial x \mathbf{j}$

$\text{rot } \mathbf{E}$ ist demnach dort von 0 verschieden, wo $\partial u_x / \partial y \neq 0$ oder $\partial u_x / \partial x \neq 0$, also jeweils im **Übergangsbereich**. Keine Komponente in z -Richtung! Eine Ringspannung kann man also nur dann erhalten, wenn man längs einer Kurve C integriert, deren Flächennormale eine Komponente in Geschwindigkeits- oder in Magnetfeld-Richtung hat.



Die Wirbel von \mathbf{E} liegen also auf dem Mantel der bewegten Leiterbrücke und haben einen Anteil in x -Richtung und einen in y -Richtung. Die Rechte-Hand-Regel für $\text{rot } \mathbf{E}$ bestätigt, was man aus der Formel $\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$ schon wusste, nämlich dass \mathbf{E} innerhalb des Stabs in positive z -Richtung weist (Abb. 12, 13).

Abb. 13 Zusammenhang zwischen Wirbelrichtung und \mathbf{E} -Feldrichtung

Man kennt also jetzt \mathbf{E} im Stab und $\text{rot } \mathbf{E}$ im ganzen Raum, beschränkt auf die Oberfläche des Stabs. Generell ist das \mathbf{E} -Feld *im ganzen Raum* durch die Quellen und Wirbel von \mathbf{E} zu berechnen, wie in jedem Lehrbuch der Elektrodynamik nachzulesen ist. Ohne Rechnung lässt sich so bereits zeigen, dass eine reine x-Komponente von $\text{rot } \mathbf{E}$ eines quellenfreien Felds zu einem \mathbf{E} -Feld in der y-z-Ebene führt und eine reine y-Komponente zu einem \mathbf{E} -Feld in der x-z-Ebene. Uns interessiert viel weniger: nur die Ringspannung längs einer geschlossenen Kurve C.

Bei der Integration $\oint \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \iint \text{rot } \mathbf{E} \cdot d\mathbf{f}$ für eine geschlossene Kurve C längs der Leiterschleife gemäß Abb. 10 kommt es nur auf die Komponente parallel $d\mathbf{f}$ an, also auf den Anteil $-B'_y \partial u_x / \partial x \mathbf{j}$. Es geht jetzt darum, noch einmal explizit nachzurechnen, dass das allgemeine Induktionsgesetz bzw. die Flussregel auch für diese Kurve C gilt. (\oint : Linienintegral; \iint : Flächenintegral)

Ersetzt man das Geschwindigkeitsprofil für die x-Richtung durch eine Θ -Funktion:

$$u_x = v \cdot [\Theta(x - vt) - \Theta(x - l_x - vt)] [\Theta(z) - \Theta(z - l_z)] [\Theta(y) - \Theta(y - l_y)],$$

(die Differenzen haben dann entweder den Wert 1 oder 0), dann gilt

$$\partial u_x / \partial x = v \cdot [\delta(x - vt) - \delta(x - l_x - vt)] [\Theta(z) - \Theta(z - l_z)] [\Theta(y) - \Theta(y - l_y)]$$

Zur Ringspannung muss also das Integral über den von C eingefassten rechteckigen Bereich berechnet werden:

$$\begin{aligned} \oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} &= \iint_C \text{rot } \mathbf{E} \cdot d\mathbf{f} && (\oint: \text{Linienintegral}; \iint: \text{Flächenintegral}) \\ &= -B'_y v \iint [\delta(x - vt) - \delta(x - l_x - vt)] [\Theta(z) - \Theta(z - l_z)] dx dz [\Theta(y) - \Theta(y - l_y)] \end{aligned}$$

Es liefert für die Ringspannung $U_R = \oint \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$ auf dem gezeichneten Weg (Abb. 15), der nur eine Flanke der Leiterbrücke einschließt:

$$U_R = B'_y v l_z$$

wie erwartet und auch elementar herleitbar.

(Der Faktor $[\Theta(y) - \Theta(y - l_y)] = 1$, wenn die Kurve C durch das Innere der Leiterbrücke verläuft. Auf die y-Abhängigkeit kommt es überhaupt nicht an.)

Die Übereinstimmung mit dem elementaren Ergebnis bestätigt das Verfahren der verschiedenen Bezugssysteme mit unterschiedlicher Geschwindigkeit und die Annahme, dass die Wirbel von \mathbf{E} an der Oberfläche der Leiterbrücke sitzen.

Auch in diesem Fall ist also bestätigt, dass für die Beobachter längs der Kurve C ein Wirbelfeld \mathbf{E} entsteht.

Für einen Weg C, der, wie eben betrachtet, teilweise mit dem Messgerät ruht, teilweise mit der Leiterbrücke mitbewegt ist, ändert sich gleichzeitig der magnetische Fluss Φ (Abb. 15).

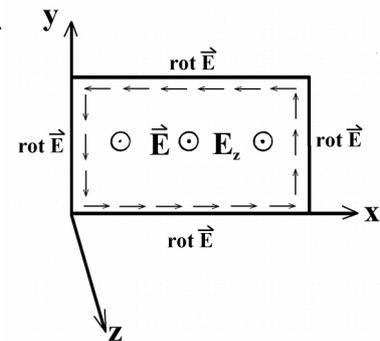


Abb. 14 Induzierte elektrische Feldstärke und ihre Wirbel um den Querschnitt der Leiterbrücke. Die Wirbel von \mathbf{E} liegen auf dem Mantel der Leiterbrücke.

Wir wollen noch Varianten der Herleitung anschauen:

Ist ein Unterschied zwischen den beiden Situationen von Abb. 17 und 18 bzgl. der Induktion zu beobachten? Kommt es überhaupt zur Induktion?

Es soll zunächst offen bleiben, ob der leitende Stab in x-Richtung endlich oder unendlich lang ist. Eine Änderung des magnetischen Flusses (durch Schraffur angedeutet) ist erkennbar, wenn man eine „materiell mitbewegte Kurve“ verwendet. Die Flussänderungs-Rate ist danach wie im früheren Fall $-B \cdot v \cdot l_z$, und die Ringspannung $U_R = B \cdot v \cdot l_z$.

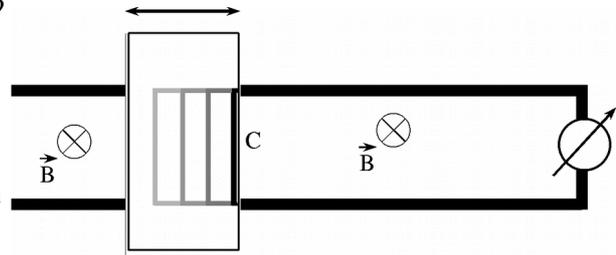


Abb. 15 Alle eingezeichneten Wege führen bei Bewegung der Leiterbrücke zur gleichen Flussänderungs-Rate und Ringspannung, wenn „materiell mitbewegten Kurven C“ berücksichtigt werden.

Die Wirbel des elektrischen Feldes

$$\text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{B}'_y \cdot \partial u_x / \partial y \mathbf{i} - \mathbf{B}'_y \cdot \partial u_x / \partial x \mathbf{j}$$

sollen nun für eine Kurve C berücksichtigt werden, die gemäß Abb. 17 einen einheitlichen Flächenvektor in negative x-Richtung hat. Dann kann man für die Ringspannung nachrechnen mit

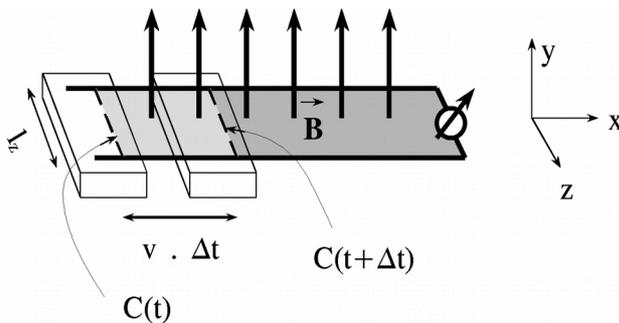


Abb. 16 Flussänderung bzgl. eines „materiell mitbewegten“ Weges C bei Bewegung der Leiterbrücke

$$u_x = v \cdot [\Theta(x - v \cdot t) - \Theta(x - l_x - v \cdot t)] [\Theta(z) - \Theta(z - l_z)] [\Theta(y) - \Theta(y - l_y)],$$

und

$$\partial u_x / \partial y = v [\Theta(x - v \cdot t) - \Theta(x - l_x - v \cdot t)] [\Theta(z) - \Theta(z - l_z)] [\delta(y) - \delta(y - l_y)]$$

$U_R = B v l_z$, wenn $df = -dy \cdot dz$, in Übereinstimmung mit der Flussregel. Das gilt für einen in x-Richtung endlich wie unendlich langen leitenden Stab, wiederum in Übereinstimmung mit dem ersten Fall, wie es auch sein muss. In Abb. 18 kann man eine geeignete Kurve C' für die Ringspannung weniger gut erkennen. Die Lage der Zuführungen zum Messgerät sollte aber keine Rolle spielen. Nach Abb. 17 ist dann auf den zweiten Blick die Flächenänderung und der Verlauf der Kurve C' erkennbar.

Die Flussänderung ist unabhängig von jeder endlichen Größe von l_x . Sie gilt also auch bei in x-Richtung unendlich langem Stab, wenn $l_x \Rightarrow \infty$.

Diese Überlegungen entsprechen der üblichen "Herleitung" des integralen Induktionsgesetzes aus der Lorentz-Kraft.

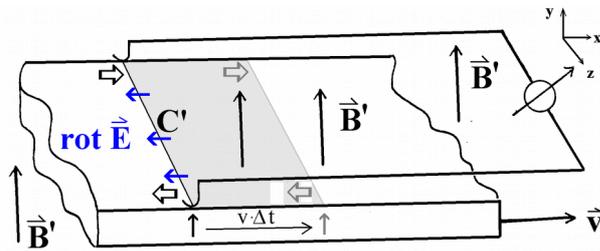
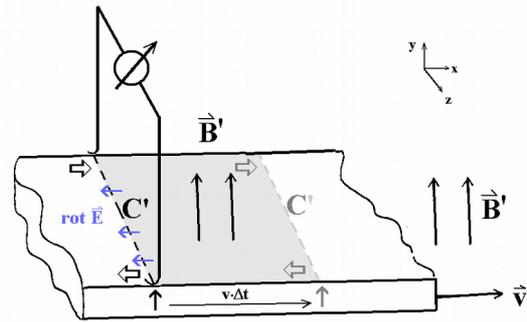


Abb. 18 In einem äußeren Magnetfeld \mathbf{B}' bewege sich die Leiter unendlicher Länge in v -Richtung. Änderung des magnetischen Flusses? Beitrag zu $\text{rot } \mathbf{E}$? Die Lage der Zuführung zum Messgerät sollte eigentlich keinen Einfluss haben. Andererseits: Wenn, wie hier, $d\mathbf{f}$ in y -Richtung gewählt, dann kann von $\text{rot } \mathbf{E}$ höchstens die y -Komponente eingehen. Danach ist also ein Beitrag zur Ringspannung bei unendlich langem Stab schwer erkennbar. Das ist offenbar eine ungeeignete Orientierung: In Abb. 17 ist eine geeignete Wahl der Kurve C' dargestellt.



In Abb. 17 Analoge Situation wie Abb. 18. Eine Änderung des magnetischen Flusses ist erst auf den zweiten Blick erkennbar für einen „materiell mitbewegten Weg“ C' . Ringspannung $\neq 0$ für die gezeichnete Kurve C' . Das gilt für endlich wie unendlichen Stab. Die Rechnung liefert auch bei unendlich langem Stab das Ergebnis der Flussregel!

der Literatur wird der allmähliche Übergang zwischen den Bezugssystemen nicht untersucht. Stattdessen wird aus der vermeintlichen Konstanz von \mathbf{u} gefolgert, dass die beiden Terme mit Ableitungen von \mathbf{u} verschwinden. Statt (10) ergibt sich dann vermeintlich

$$\text{rot } \mathbf{E} = -(\mathbf{u} \cdot \text{grad})\mathbf{B}' + \mathbf{u} \cdot (\text{div } \mathbf{B}') = -(\mathbf{u} \cdot \text{grad})\mathbf{B}'$$

Daraus wird dann begründet, dass höchstens dann ein Wirbelfeld und Beitrag zur Ringspannung vorliegt, wenn sich \mathbf{B}' in Geschwindigkeitsrichtung räumlich ändert, also im inhomogenen Magnetfeld. Ein solches könnte in die vorangehenden Überlegung ebenfalls einbezogen werden.

In Lehrbüchern wird gelegentlich auch der Fall einer **"unendlich" breiten Leiterbrücke** ($l_x \Rightarrow \infty$) betrachtet, bei der es keine Induktion geben solle, weil dann der Term $-(\mathbf{u} \cdot \text{grad})\mathbf{B}' = 0$ überall im Endlichen. Dem widersprechen die vorangehenden Überlegungen, weil der Grenzübergang $l_x \Rightarrow \infty$ hier anders vollzogen wurde, nämlich von einer expliziten Rechnung für endliches l_x ausgehend, das gegen ∞ strebt.

Wenn man also das richtige Bezugssystem und eine geeignete Kurve C aussucht, ist Induktion die Entstehung eines elektrischen Wirbelfelds. Die gegenteilige Aussage von manchen Lehrbüchern beruht vor allem auf der Wahl eines "ungeeigneten" Bezugssystems.

IV.9 Beispiel: Unipolarinduktion mit einem endlich langen magnetisierten Stab [9, 15] ?

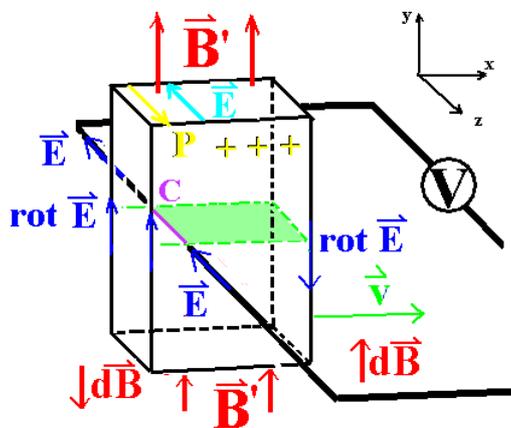
Im Zusammenhang mit der Unipolar-Induktionsmaschine wird in der Literatur folgende Anordnung studiert: Ein magnetisierter, gut leitfähiger Stab bewege sich im Laborsystem mit konstanter Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v \mathbf{i}$ in positive x -Richtung, eine Leiterschleife mit einem eingebauten Spannungs- oder Strommesser ruhe im Laborsystem, aber so, dass gut leitende Kontakte auf dem magnetisierten Stab gleiten.

Zu den diskutierten Frage gehört: Findet hierbei Induktion überhaupt statt? Wenn ja, was ist die Ursache der Induktion? Gelten die einfachen Regeln für die Induktion (Lorentz-Kraft oder Fluss-

Regel) auch hier? Schon bei der ersten Frage gehen die Meinungen in der Literatur weit auseinander. Gerade zur letzten Frage gilt der vorliegende Fall manchmal als Beispiel, dass diese Regeln hier nicht anwendbar seien („Kaempffers Beispiel“: „Trotz Flussänderung keine Induktion“).

IV.9.1 Analysieren wir das Problem mit Hilfe der zuständigen speziellen Relativitätstheorie, die die beiden zu betrachtenden Bezugssysteme miteinander verknüpft. Einerseits braucht man das Bezugssystem K' , in dem der Stab ruht. In ihm wird eine magnetische Flussdichte \mathbf{B}' mit einer Magnetisierung \mathbf{M}' gemessen; ein mögliches elektrisches Feld \mathbf{E}' kann in ihm als verschwindend gewählt werden.

Andererseits das Bezugssystem K , in dem die Leiterschleife ruht, das Laborsystem also; die in ihm gemessenen Felder und Kräfte sind alle ohne Strich gekennzeichnet. Die Lorentz-Transformation zeigt dann, wie die Felder zu transformieren sind. Da sich im BZS K der Stab mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} bewegt, wird man in den nicht relativistisch genäherten Transformationsformeln $-\mathbf{v}$ bzw. \mathbf{v} erwarten können. Wie üblich sind dann im BZS K magnetische Felder \mathbf{B} und \mathbf{M} zu messen, aber auch ein elektrisches Feld \mathbf{E} .



Auch die Kraft auf eine Ladung q muss mit-transformiert werden; \mathbf{F} im BZS K enthält dann als einen Anteil eine Kraft, die durch das transformierte elektrische Feld \mathbf{E} zustande kommt (und wie eine Lorentz-Kraft aussieht, aber keine ist). Bemerkenswert ist aber vor allem, dass in K eine elektrische Polarisation \mathbf{P} gemessen wird, d.h. im Laborsystem K ist der bewegte Stab nicht nur magnetisiert sondern auch elektrisch polarisiert. Diese Polarisation \mathbf{P} spielt in allen Diskussionen eine wichtige Rolle. Sie ist der Grund für dieses elektrische Feld \mathbf{E} im Magneten.

Abb. 19 „Kaempffers Beispiel“, bei dem keine Induktion stattfindet trotz angeblicher Änderung des magnetischen Flusses bzgl. Kurve C. Die Flussänderung wird im Text geklärt.

Diskussionen eine wichtige Rolle. Sie ist der Grund für dieses elektrische Feld \mathbf{E} im Magneten.

Im Einzelnen ergibt sich folgende Tabelle:

System der Leiterschleife K , Laborsystem	System des magnetisierten Stabs K'
	Geschwindigkeit der Leiterschleife: $-\mathbf{v}$
Geschwindigkeit des Magneten: \mathbf{v}	
$\mathbf{E} = \mathbf{E}' - \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$ (Argument I)	$\mathbf{E}' = 0$
$\mathbf{B} = \mathbf{B}' + \mathbf{v} \times \mathbf{E}' / c^2 \approx \mathbf{B}'$	\mathbf{B}'
$\mathbf{M} = \mathbf{M}' - \mathbf{v} \times \mathbf{P}' \approx \mathbf{M}'$	\mathbf{M}'
$\mathbf{P} = \mathbf{v} \times \mathbf{M}' / c^2$	$\mathbf{P}' = 0$
$\mathbf{F} = -q \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$ als Folge von (I)	
$\mathbf{F}_L = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ (eine echte Lorentz-Kraft, weil im BZS K ein magnetisches Feld \mathbf{B} herrscht, und weil in diesem System freie Ladungen sich im Magneten mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} bewegen)	

Im magnetisierten Stab ist - vom BZS K der Leiterschleife aus - eine elektrische Polarisation \mathbf{P} zu messen, die in Abb. 19 nach vorn gerichtet, wegen $\operatorname{div} \mathbf{P} = -\rho$ bilden sich auf der Vorderfläche des Stabs positive Polarisationsladungen (gelb in die Zeichnung eingetragen) aus.

Die Folge von \mathbf{P} ist ein elektrisches Feld \mathbf{E} im Stab entgegengesetzt zu \mathbf{P} (Im Inneren nach hinten; positive Ladungen vorn). In Sonderfällen handelt sich um ein rein statisches elektrisches Feld. Hier interessieren aber gerade die Fälle, wo das nicht der Fall ist.

(Argument II) Wegen $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = 0 \Rightarrow \mathbf{E} = -\mathbf{P}/\epsilon_0 = -\mathbf{v} \times \mathbf{M}' / \epsilon_0 c^2 \approx -\mathbf{v} \times \mu_0 \mathbf{M} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

gilt

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \text{ da in } \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \text{ wenn } \mathbf{H} = 0.$$

$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ist im Inneren des Stabs nach hinten gerichtet. Von der Leiterschleife aus ist dann eine Kraft auf frei bewegliche Ladungen im Magneten messbar:

$$\mathbf{F} = q \mathbf{E} = -q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Das ist also die *elektrische* Kraft auf frei bewegliche Ladungen im Magneten als Folge der elektrischen Polarisation. Beide Argumente (I – Lorentz-Transformation und II – Folge der Polarisation) liefern übereinstimmendes Ergebnis.

Andererseits (Argument III): Im Magneten werden frei bewegliche Ladungen mitbewegt. Naiv könnte man glauben, dass sie "im Vergleich zu den mitbewegten Feldlinien" in Ruhe sind, also keine Lorentz-Kraft erfahren. Da es aber keine "Bewegung gegen Feldlinien" gibt (das Stachel- oder Igel-Modell ist sicher falsch), gibt es auch im System K der Leiterschleife mit seinem Magnetfeld $\mathbf{B} = \mathbf{B}'$ eine Lorentz-Kraft auf freie Ladungen, die mit dem Magneten (Geschwindigkeit \mathbf{v}) bewegt sind. Sie erfahren die Lorentz-Kraft $\mathbf{F}_L = q \mathbf{v} \times \mathbf{B} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$, weil sie sich in einem Magnetfeld $\mathbf{B} = \mathbf{B}'$ bewegen (Im BZS K ist das tatsächlich eine *magnetische* Kraft, nicht etwa eine durch Lorentz-Transformation entstandene *elektrische* Kraft, wie \mathbf{F} !).

Insgesamt ergibt sich als Kraft auf frei bewegliche Ladungen im Magneten, von Leiterschleife aus gesehen:

$$\mathbf{F}_{\text{total}} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_L = 0 :$$

beide Kräfte heben sich im Magneten auf. Weder ein mit der elektrischen Polarisation \mathbf{P} des Stabs zusammenhängendes elektrisches Feld \mathbf{E} im Inneren des Magneten noch die Lorentz-Kraft können die Ursache für den „Antrieb“ einer Induktion sein. Darauf weisen viele Autoren mit Recht hin (z.B. [9]).

IV.9.2 In der Literatur wird oft auch gezeigt, dass dieses Feld \mathbf{E} ein rein elektrostatisches Feld ist, wenn der Stab in x-Richtung **beliebig lang** ist. Es ist aber auch klar: Weil das Umlaufintegral $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ bei einem rein elektrostatischem Feld verschwindet, weil also nicht dauerhaft Arbeit verrichtet werden kann, kann ein elektrostatisches (Potenzial-)Feld \mathbf{E} nicht für einen stationären oder quasistationären Strom sorgen. Ein solches Feld kann einfach nicht dauerhaft Stromwärme heranschaffen ([1], S. 119; [13]). Wenn es also zur Induktion kommt, dann muss ein Wirbelfeld vorliegen.

In vielen Fällen wird auch tatsächlich ein **Unipolar-Induktionsstrom** beobachtet. Woher kommt er?

Wo sind im System des Leiterringes Wirbel des elektrischen Feldes zu erwarten? Nun, rein anschaulich da, wo sich das elektrische Feld \mathbf{E} in seine Querrichtung ändert. Das ist an den Rändern bzw. Seitenflächen des Stabs der Fall. Besonders auffällig wird diese Queränderung, wenn es sich nicht um einen in y -Richtung unendlich langen Stab handelt. Dann gibt es zusätzlich zu dem Magnetfeld in y -Richtung innerhalb des Stabs wegen $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ ein Rückfeld, das die Leiterschleife z.T. ebenfalls senkrecht, überwiegend in negative y -Richtung durchsetzt. Bei einem unendlich langen Stab ist dieses Rückfeld vernachlässigbar. Der Stab soll hier so lang sein, dass dies auch näherungsweise noch gilt. Andernfalls würde dieses Rückfeld die folgenden Überlegungen zum Teil verfälschen.

Statt einer stetigen Geschwindigkeitsverteilung für den Stab wie in Kap. IV.8 ist hier eine stetige Magnetfeldverteilung nahe liegender. Wir betrachten zunächst einen **in x -Richtung endlich langen Magnetstab**. In positive x -Richtung gehend soll also das Magnetfeld am linken Rand von 0 auf den positiven Wert B in y -Richtung wachsen und am rechten Rand von B wieder auf 0 fallen. Die Geschwindigkeit \mathbf{v} kann dann für den ganzen Magneten als konstant angesehen werden. Dann gilt für die Bewegungsrichtung im Bezugssystem der Leiterschleife für einen - der Einfachheit halber - quaderförmigen Magneten:

$$\mathbf{B} = B(x,y,z) \mathbf{j} = B \mathbf{j} [\Theta(x - v \cdot t) - \Theta(x - l_x - v \cdot t)] [\Theta(z) - \Theta(z - l_z)]$$

mit

$$\partial B / \partial x = B \cdot [\delta(x - v \cdot t) - \delta(x - l_x - v \cdot t)] [\Theta(z) - \Theta(z - l_z)]$$

In y -Richtung kann das \mathbf{B} -Feld sicher nicht schlagartig aufhören. Dort ist ein Θ -Ansatz sicher nicht sinnvoll. Dass \mathbf{B} hier im Ansatz unbeschränkt in y -Richtung fortgesetzt wird, ist eine Näherung; sie spielt aber keine grundsätzliche Rolle.

Zur Richtungsentscheidung (Abb. 19): Denken wir uns ein Zusatzfeld $d\mathbf{B}$, das bei der Bewegung des Magneten vor ihm B erhöht und hinter ihm erniedrigt. $d\mathbf{B}$ (wie $\partial B / \partial x$) ist am linken Rand in positive \mathbf{B} -Richtung (also positive y -Richtung), der zugehörige Beitrag zu $\operatorname{rot} \mathbf{E}$ ist also in y -Richtung orientiert. Es ergeben sich die blauen Pfeile der Abb. 19 und damit die Richtung des induzierten \mathbf{E} -Feldes. Wieder sieht man, dass sich das entstehende Wirbelfeld an den Seitenflächen des magnetischen Stabs ergibt, wobei es aber ausschließlich auf die Wirbelkomponenten in y -Richtung ankommt.

Dann gilt für das elektrische Feld \mathbf{E}

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \operatorname{rot} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = - \mathbf{v}(\operatorname{div} \mathbf{B}) + \mathbf{B}(\operatorname{div} \mathbf{v}) - (\mathbf{B} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{B}$$

= $\mathbf{B}(\operatorname{div} \mathbf{v}) - (\mathbf{B} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{B}$, da wegen $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ das \mathbf{B} -Feld quellfrei ist, also nur "geschlossene Feldlinien" besitzt.

= $(\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{B}$, da $\mathbf{v} = \text{konstant}$, also

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = v \partial B / \partial x \mathbf{j} \quad \text{auf den zwei Seitenflächen}$$

Die einzigen Beiträge zu $\operatorname{rot} \mathbf{E}$ sind in \mathbf{B} -Richtung (y -Richtung) oder entgegengesetzt dazu orientiert, dort, wo sich das \mathbf{B} -Feld in Bewegungsrichtung ändert. Dieses elektrische Wirbelfeld \mathbf{E} hat im Inneren des Magneten - vom Laborsystem aus beurteilt - die diskutierte negative z -Richtung. Prinzipiell kann man wieder das \mathbf{E} -Feld *im ganzen Raum* im Prinzip berechnen aus seinen Quellen ($\operatorname{div} \mathbf{E} = - \operatorname{div} \mathbf{P} / \epsilon_0$) und seinen Wirbeln ($\operatorname{rot} \mathbf{E} = v \partial B / \partial x \mathbf{j}$), wie in jedem Lehrbuch der Elektrodynamik nachzulesen ist.

Wählt man gemäß Abb. 19 eine geschlossene Kurve längs der Leiter, die in Richtung des \mathbf{E} -Felds durchlaufen wird, so muss der zugehörige Flächenvektor $d\mathbf{f}$ in negative y-Richtung orientiert sein ($d\mathbf{f} = -dx \cdot dz \mathbf{j}$). Nach dem Stokes'schen Satz kann zum Umlaufsintegral nur die Komponente von $\text{rot } \mathbf{E}$ in y-Richtung beitragen. Anteile in x-Richtung, die bei anderen Näherungen an der oberen oder unteren Begrenzungsfläche in y-Richtung entstehen könnten, spielen offenbar keine Rolle.

Es ergibt sich also für das Umlaufsintegral

$$\oint \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \iint \text{rot } \mathbf{E} \cdot d\mathbf{f}$$

$$= - \iint (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B} \cdot [\delta(x - vt) - \delta(x - l_x - vt)] [\Theta(z) - \Theta(z - l_z)] dx \cdot dz)$$

$$= \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \cdot l_z$$

Aus dem **elektrischen Wirbelfeld** ergibt sich auch hier der übliche Ausdruck nach der naiven Herleitung mit der Flussregel bzgl. der Kurve C. Die Länge l_x des Stabs in x-Richtung geht in keiner Weise ein, solange sie nur endlich ist.

(Nur die zweite δ -Funktion (mit dem negativen Vorzeichen) konnte einen Beitrag liefern, wenn die geschlossene Kurve irgendwo zwischen der linken und der rechten Seitenfläche den Magneten durchstieß. Die Integration über die Θ -Funktionen in z-Richtung ergab den Faktor l_z .)

Aber gemäß Argument III ist auch eine (echte) **Lorentz-Kraft** zu berücksichtigen, die nur auf das Innere des Magneten beschränkt ist. Für sie ergibt sich ebenfalls ein Umlaufsintegral $\oint \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = -\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \cdot l_z$.

Bei in x-Richtung endlich langem Magneten heben sich beide Effekte gegenseitig auf.

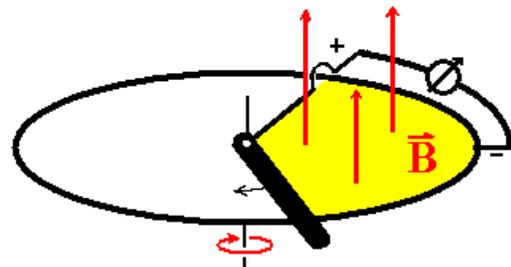


Abb. 20 Auch hier ändert sich gemäß der Regel der magnetische Fluss (bei einer materiell mitbewegten Kurve C') innerhalb der markierten geschlossenen Kurve, also Induktion [8].

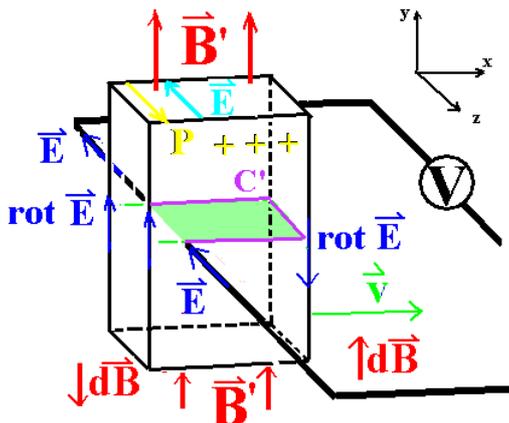


Abb. 21 „Kaempffers Beispiel“: keine Induktion für einen in x-Richtung endlich langem Magneten. Das ergibt sich auch aus der korrekt angewandten Flussregel, wenn der Fluss durch eine „materiell mitbewegte Kurve“ C' definiert wird: keine Änderung des magnetischen Flusses.

Es findet also bei in x-Richtung **endlich langem Magneten keine Induktion** statt, weil sich zwei Effekte gegenseitig kompensieren. Auch eine pauschal angewandte Flussregel kommt zum Ergebnis „keine Induktion“, wenn gemäß dieser Regel eine „materiell mitbewegte Kurve“, wie C', zur Berechnung der Flussänderung herangezogen wird.

Die Situation entspricht der des **Hering'schen Paradoxons** (Kap. V.1) und bestätigt die spezielle Wahl der Kurve C', die für die Ermittlung der magnetischen Flussänderung herangezogen werden muss.

IV.9.3 Wie sieht es nun aber bei einem in x-Richtung unendlich langen Magnetstab aus? Eine experimentelle Anordnung könnte wie in Abb. 22 aussehen.

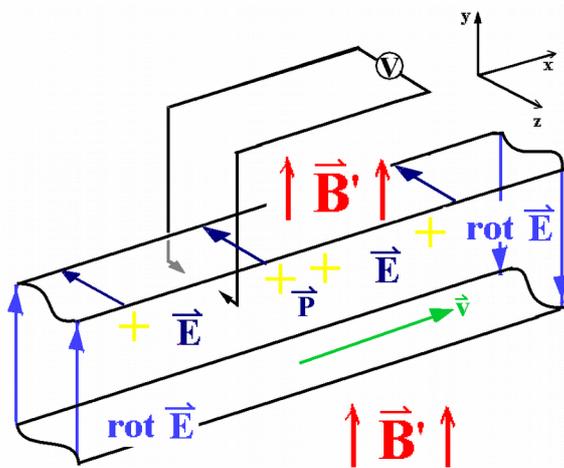


Abb. 22 In x-Richtung beliebig langer Magnetstab. Die Wirbel von E liegen niemals im Integrationsbereich. Sie tragen nicht zum Umlaufintegral bei. Eine Umlaufspannung kommt hier allein von der Lorentz-Kraft.

Zum Umlaufintegral $\oint \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \iint \text{rot } \mathbf{E} \cdot d\mathbf{f}$ kann das elektrische Feld nicht beitragen, da die Wirbel von E außerhalb des Integrationsbereichs liegen: Das elektrische Feld ist in diesem Fall tatsächlich ein wirbelfreies, statisches Feld, hervorgerufen durch die elektrische Polarisation des Magnetstabs. Zur Umlaufspannung bzw. Induktionsspannung trägt bei in x-Richtung beliebig langem Magnetstab allein die Lorentz-Kraft bei mit dem Ergebnis $\oint \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = -\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \cdot l_z$. Sie hat einen Gleichstrom zur Folge (**Unipolar-Induktion**).

Die Rolle der Wirbelfelder wird von manchen Autoren übersehen. Andere Autoren erkennen den Beitrag zu $\text{rot } \mathbf{E}: (\mathbf{v} \cdot \text{grad}) \mathbf{B} \neq 0$, wenn der Stab in x-Richtung nur endlich ausgedehnt ist. Sie leugnen die Entstehung des Wirbelfelds bei

unendlicher Ausdehnung des Magneten in x-Richtung, übersehen die Rolle der Lorentz-Kraft. Nach obiger Rechnung und nach Aussage der Flussregel für diesen Fall (Vgl. Abb. 18) kommt es dagegen zu einem Induktionsstrom, wenn $l_x \Rightarrow \infty$.

IV.10 Beispiel: Der rotierende magnetisierte Zylinder als Unipolar-Induktionsmaschine

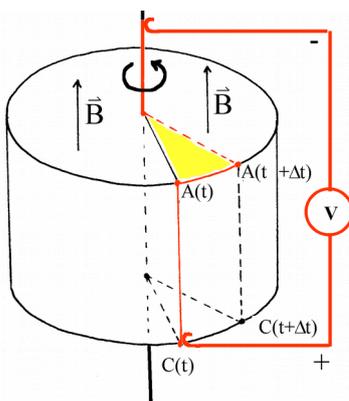


Abb. 23 Flussänderung für den nach Vorschrift gewählten "materiell mitbewegten" Weg C. Unipolar-Induktionsmaschine mit einem in Achsenrichtung magnetisierten Zylinder. Die Flussregel liefert das richtige Ergebnis.

Ebenso gibt es für die klassische Geometrie der **Unipolarinduktionsmaschinen mit parallel zur Achse magnetisierten Zylindern** für einen teils bei der Drehung materiell mitbewegten teils in der Achse ruhenden geschlossenen Weg C (Abb. 24) eine Flussänderung und Wirbel des elektrischen Feldes, nicht aber für einen vollständig "ruhenden" Weg C' (Abb. 23).

Die üblichen angeblichen Beispiele für Induktion ohne Flussänderung sind also nur dann zutreffend, wenn man solche ungeeigneten Wege C' im Auge hat.

Für das Induktionsgesetz sind „materiell mitbewegte“ Wege C zu wählen, z.B. entsprechend Abb. 24.

Das Barlow-Rad entspricht der Unipolar-Maschine. Feynman führt

es an als angebliches Gegenbeispiel gegen die Annahme, dass Induktion immer mit einer Flussänderung verbunden sei. Man muss widersprechen: Es ist eine Flussänderung vorhanden ist, wenn man den richtigen Weg C wählt, der sich teilweise mit dem Rad **materiell mitdreht** und längs des Umfangs bis zum Kontakt geschlossen wird (Abb. 25).

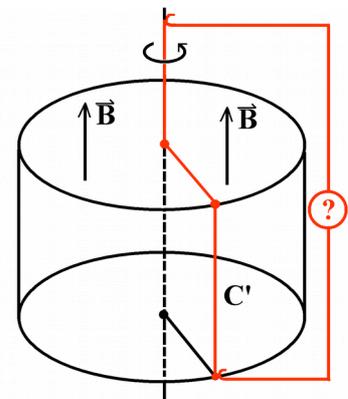


Abb. 24 Keine Flussänderung für den "ruhenden" Weg C. So ist die Flussregel nicht anwendbar.

IV.11 Beispiel: Der "explodierende" Kreisring im homogenen magnetischen Feld

Hierbei handelt es sich um den typischen Fall einer "Flächeninduktion" (Abb. 24). Aus der Drei-Finger-Regel der rechten Hand und aus Symmetriegründen ist ersichtlich, dass das elektrische Feld ein Wirbelfeld mit ringförmig geschlossenen Feldlinien sein muss.

Dies folgt auch aus $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}(\mathbf{r}) \times \mathbf{B}'$ mit den lokalen Geschwindigkeiten $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ in Zylinderkoordinaten, also:

$$(14) \quad \mathbf{E} = E_\phi \mathbf{e}_\phi = u_\rho(\rho) B'_z \mathbf{e}_\phi$$

oder

$$(14') \quad \text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\rho E_\phi(\rho)] \mathbf{e}_z, \quad \text{da } \mathbf{u} \times \mathbf{B}' // \mathbf{e}_\phi.$$

$\mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_\rho$ sind die Einheitsvektoren azimuthal, axial und radial. Wieder müssen wir durch die Geschwindigkeitsverteilung in radialer Richtung $u_\rho(\rho)$ definierte lokale Bezugssysteme einführen, wobei innerhalb des Leiterringes $u_\rho(\rho) = v$ sein und an den Rändern rasch auf Null abfallen soll. Die Wirbelstärke ist dann mit

$$\text{rot } \mathbf{E} = \frac{1}{\rho} u_\rho B'_z \mathbf{e}_z + \frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} B'_z \mathbf{e}_z \quad (\mathbf{B} = \mathbf{B}')$$

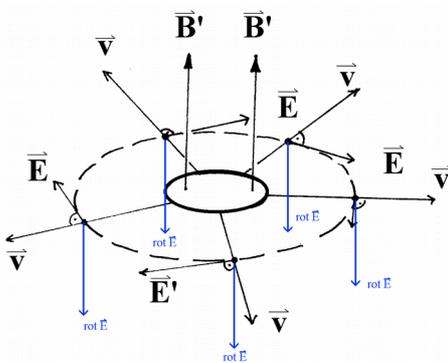


Abb. 26 Explodierender Kreisring im homogenen Magnetfeld

nur im Leiter und dessen unmittelbarer Umgebung von 0 verschieden. Beide Terme erfassen Orte, bei denen \mathbf{E} Wirbel besitzt. Für die Ringspannung U_R bei einem Radius r gilt dann bis auf das Vorzeichen:

$$(15) \quad U_R = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \oint \text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{f} \\ = B'_z \int_0^r \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\rho u_\rho(\rho)] 2\rho \pi d\rho$$

{Beachten Sie: $\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\rho u_\rho(\rho)] = \frac{1}{\rho} u_\rho(\rho) + \frac{\partial}{\partial \rho} [u_\rho(\rho)]$! }

$$= 2\pi B [r u(r) - 0] \\ = 2\pi B v r \\ = d\Phi/dt$$

Das hätte natürlich auch elementar entsprechend der Vorschrift der **Flächeninduktion** infolge der sich ändernden Ringfläche (df/dt) aus

$$(16) \quad E_\phi \cdot 2r\pi = B'_z df/dt = B'_z 2r\pi v$$

hergeleitet werden können, da die elektrische Feldstärke aus Symmetriegründen längs des Kreises mit Radius r konstant sein muss. „Induktion durch Bewegung“ (oben; mit dem elektrischen Wirbelfeld) und „Induktion durch Flussänderung“ sind identisch, wie erwartet. Nur mit Hilfe der Wirbel des elektrischen Feldes am explodierenden Ring war es möglich, das bekannte Ergebnis herzuleiten. Das bestätigt auch das Verfahren von Kapitel IV.8.

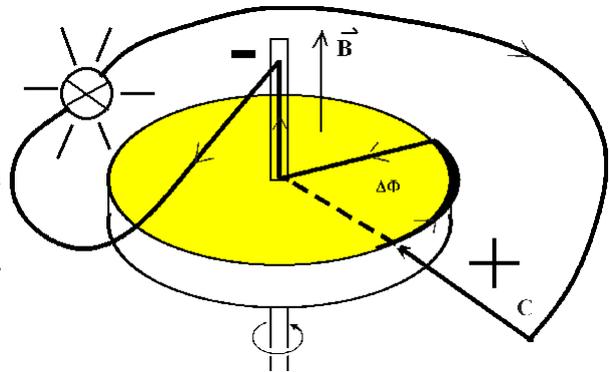


Abb. 25 Barlow-Rad als Spezialfall einer rotierenden Unipolar-Induktionsmaschine. Für einen mitrotierenden Weg gibt es eine Änderung des magnetischen Flusses.

V Angebliche Beispiele für Flussänderungen ohne Induktion

Solche Beispiele werden in den meisten Lehrbüchern warnend aufgeführt, damit das integrale Induktionsgesetz nicht zu schematisch angewendet wird. Der wahre Kern dieser Warnungen liegt darin, dass das integrale Induktionsgesetz richtig angewendet werden sollte, nicht darin, dass es angeblich gelegentlich nicht zutreffe.

1. Das Experiment von Hering (um 1900) [11]:

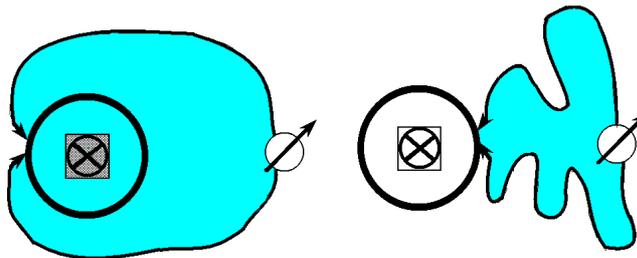


Abb. 27 **Paradoxon von Hering**: Auf dem leitenden Ring gleitet ein Kontakt. Experimentell keine Induktion! Ändert sich hier tatsächlich der magnetische Fluss (wie Hering meinte)?

Durch Polschuhe sei das magnetische Feld auf einen engen Bereich begrenzt. Dieser sei mit einem geschlossenen leitenden Ring umgeben. Zwei Kontakte, die mit einem Messgerät verbunden sind, gleiten nach den Abb. 27 auf dem leitenden Ring. Im Experiment ergibt sich keine Induktion.

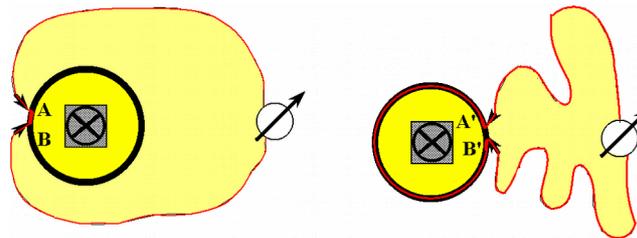


Abb. 28 Eine geeignete Wahl der Kurve C: Die Kurve schließt einen magnetischen Fluss ein. Dieser bleibt stets konstant: keine Induktion!

Zwischen den Situationen der Abb. 27 scheint sich der magnetische Fluss geändert zu haben, ohne dass dies zu einer Induktionsspannung geführt hätte.

Verformung bleibt dann der gesamte magnetische

Der Fehlschluss ist ganz offensichtlich: Es kommt im Induktionsgesetz auf den magnetischen Fluss innerhalb einer geschlossenen Kurve C an, wobei die Kurve verformt werden kann, aber topologisch äquivalent bleibt. Das war auch der Grund, weshalb es bei Abb. 10 nicht zur Induktion kommt. Man kann entweder Kurve C nach Abb. 28 wählen. Bei der Verformung bleibt dann der gesamte magnetische Fluss stets innerhalb von C.

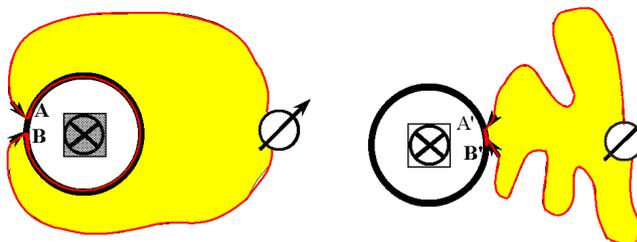


Abb. 29 Eine andere geeignete Wahl der Kurve C: der magnetische Fluss verschwindet stets: keine Induktion!

Man kann auch Kurve C' nach Abb. 29 wählen. Dann enthält C' während der ganzen Bewegung nie einen magnetischen Fluss. Auf jeden Fall: theoretisch wie experimentell: keine Induktion!

Bei richtiger Interpretation des integralen Induktionsgesetzes gibt es in diesem Fall weder eine Änderung des magnetischen Flusses noch eine Induktion.

2. Das Beispiel nach Feynman [7]:

Hier stehen sich zwei Metallplatten mit leicht gekrümmten Rändern gegenüber. Sie werden von einem Magnetfeld senkrecht durchsetzt. Bei geeigneter Form des Randes kann man nun durch eine leichte Verdrehung der Platten die gekrümmten Ränder langsam aneinander abrollen lassen (Abb. 30). Die Berührungspunkte verschieben sich dann nach Feynman u.U. mit großer Geschwindigkeit.

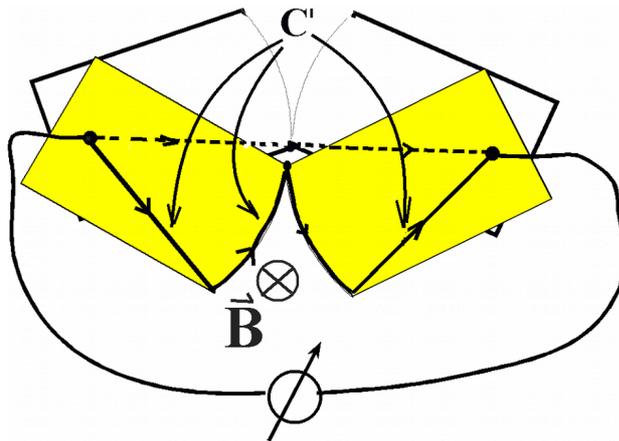


Abb. 30 Langsame reale Bewegung der Platten und eventuell schnelle "virtuelle" Bewegung des Berührungspunkts: Bei der Wahl der „materiell mitbewegten“ Kurve C' ändert sich der magnetische Fluss im Laborsystem. Es entsteht Induktion.

doppelten im Vergleich zum Barlow'schen Rad (Abb. 32).

Feynman behauptet, dass hier zwar beträchtliche Flussänderungsraten stattfinden können, dass aber bei kleinen Drehwinkeln (Winkelgeschwindigkeiten) so gut wie keine Induktionsspannung entsteht.

Tatsächlich handelt es sich um zwei gleichgerichtet hintereinander geschaltete Barlow'sche Räder. Das lässt sich mit der Flächenänderung wie auch mit der Lorentz-Kraft begründen. Die Flächenänderung erkennt man, wenn man einen materiell mitbewegten Weg C' wählt, genauso wie beim Barlow'schen Rad (Abb. 25).

Nehmen wir an, die Scheiben rollen auf Kreislinien aufeinander ab. Die Flussänderung führt genau so wie dort zu einer Induktion, sogar zur

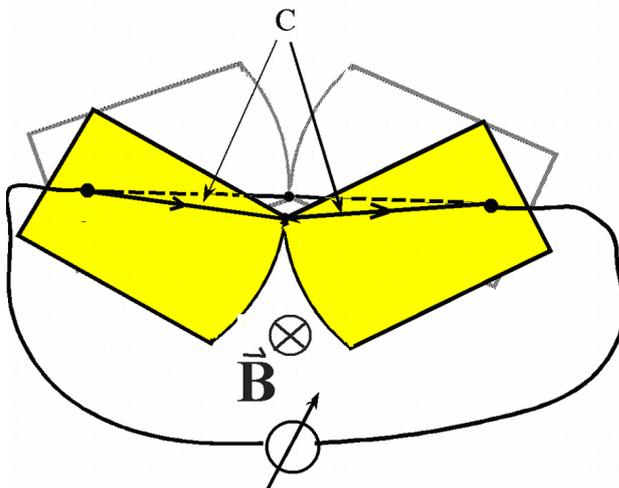


Abb. 31 Bei Kurven C, die den kürzesten Weg über den jeweiligen Berührungspunkt nutzen (nur schematisch gezeichnet), ist dagegen keine Flussänderung erkennbar. Das sind Wege, die mit der Fluss-Regel nicht vereinbar sind. Auch beim etwas anderen Originalbeispiel geht Feynman so vor; auch die dramatischen Flussänderungen dort gehen nicht in die Fluss-Regel ein.

Flussänderung und Randgeschwindigkeit lassen sich auch in Beziehung zueinander setzen: Bei einem Drehwinkel $\Delta\alpha = \omega \cdot \Delta t$ überstreicht der Fahrstrahl in der Zeit Δt die Fläche $\Delta f = 1/2 r \cdot r \Delta\alpha$. Daraus ergibt sich die Änderungsgeschwindigkeit des magnetischen Flusses zu:

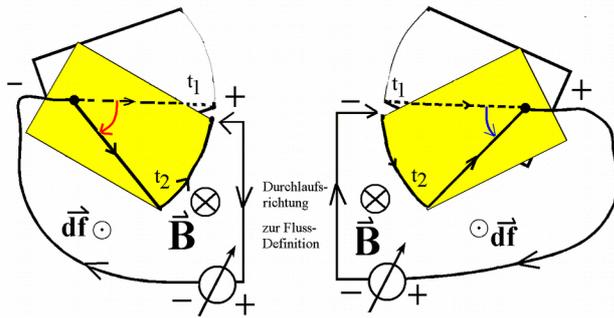
$$\Delta\Phi/\Delta t = 2 \cdot B \cdot \Delta A/\Delta t = B \cdot r^2 \cdot \omega \text{ oder mit der Randgeschwindigkeit } v = r \cdot \omega :$$

$$U = - \Delta\Phi/\Delta t = - B \cdot r \cdot v$$

Die Größe des Winkels α geht überhaupt nicht ein, alles, was über den Einfluss der Geschwindigkeit beim bewegten Leiterbügel im Magnetfeld gilt, gilt auch hier: Wenn die Randgeschwindigkeit v klein gewählt wird, ist natürlich auch die Induktionsspannung klein.

Feynman oder seine Coautoren haben ein schlechtes Beispiel gewählt!

3. Der Doppelschleifengenerator



Auf den Schenkeln einer geschlossenen Leiterschleife, die vollständig von einem homogenen magnetischen Feld durchsetzt wird, gleitet eine Leiterbrücke senkrecht zum magnetischen Feld hin und her. Auf ihrer einen Seite wird ein magnetischer Fluss verkleinert, auf der anderen Seite vergrößert. Tragen beide Flussänderungen zur Induktion bei? (Abb.33)

Abb. 32 Es handelt sich um zwei gleichgerichtet hintereinander geschaltete Barlow'sche Räder. Die Induktionsspannung verdoppelt sich. Bei langsamer Drehung entsteht auch nur eine kleine Induktionsspannung.

Natürlich nicht, da ja die Änderung des magnetischen Flusses in einer bestimmten geschlossenen Kurve C betrachtet werden muss. Als Kurve C kann man entweder den Teil der Leiterschleife

vor der Leiterbrücke oder den Teil hinter ihr zusammen mit der Brücke wählen. Beidemale ist die Flussänderungsrate gleich der in der Leiterbrücke induzierten Spannung.

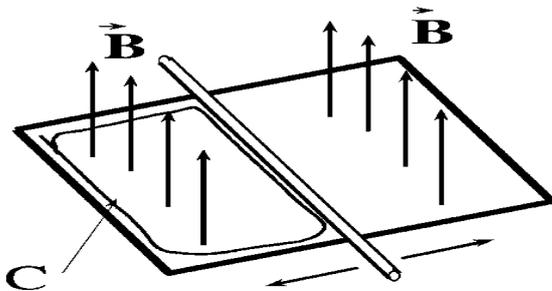
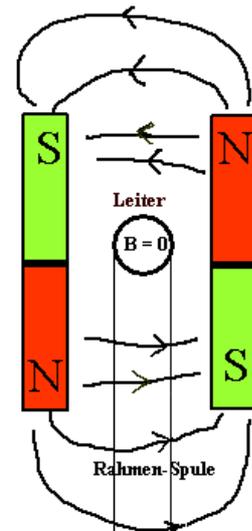


Abb. 33 "Doppelschleifengenerator": Hier ändern sich zwei magnetische Flüsse: Welcher ist die Ursache für eine Induktionsspannung?

Man könnte als geschlossene Kurve C auch die gesamte „Außenschleife“ wählen. Dann ändert sich in ihr der magnetische Fluss nicht. Die Ringspannung ist längs C null - wie es sein muss, da sich die beiden Anteile zur Ringspannung (von der Brücke aus nach links oder nach rechts) gegenseitig aufheben. Dieses Beispiel ist recht instruktiv: das integrale Induktionsgesetz macht eine Aussage über die **gesamte** Ringspannung, nicht über Teilspannung längs der geschlossenen Kurve C.

4. Der gar nicht so ungewöhnliche, von seinen Autoren so genannte „Hooper-Monstein-Effekt“ [12] – esoterisch, aber doch lehrreich

Wenn sich zwei Stabmagneten mit ihren N- und S-Polen einander gegenüber stehen, dann gibt es einen Punkt, bei dem sich die Magnetfelder beider Magnete gerade aufheben (Abb. 34). An diese Stelle bringt man nun die eine Seite einer Quadratspule mit eventuell sehr großen Seitenlängen, so dass an den 3 anderen Seiten das Magnetfeld ohnehin vernachlässigt werden kann. Die Quadratspule dient als Induktionsspule.



Im **Versuch 1** wird der eine der beiden Magnete vom anderen entfernt. Damit liegt eine Relativbewegung zwischen Quadratspule und Magnet vor, Lorentz-Induktion ist anwendbar. Es entsteht eine Induktionsspannung (nach der unsinnigen Terminologie der Schulbücher: „Induktion im bewegten Leiter“).

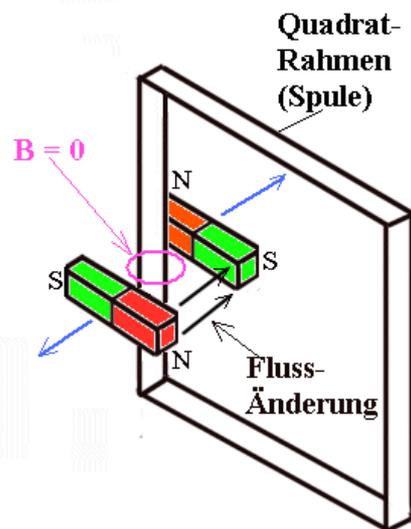
Abb. 34 Die Anordnung des esoterischen "Hooper-Monstein-Effekts". Die beiden Stabmagnete werden so bewegt, dass sich die benachbarten Leiter der Induktionsspule immer im Magnetfeld 0 befinden. Dennoch Induktion!

Im **Versuch 2** werden die beiden Magneten nun symme-

trisch zur nahen Seite der Quadratspule voneinander entfernt, so dass die nahe Seite der Quadratspule immer im Magnetfeld 0 verbleibt. Es gibt jetzt keine Relativbewegung zwischen Magnetfeld und Leiter an der Stelle des Leiters. Man erwartet nach der schulischen Argumentation verschwindende Induktionsspannung, insbesondere auch, weil ja an keiner Stelle die Spulenwindungen im Magnetfeld sind.

Tatsächlich misst man die doppelte Induktionsspannung im Vergleich zu Versuch 1. Die Autoren behaupten nun, man müsse das Induktionsgesetz erweitern, weil es offenbar unvollständig sei.

Der Irrtum wird klar, wenn man sich den magnetischen Fluss und das damit formulierte Induktionsgesetz anschaut: Bei Entfernung eines Magneten nahm der magnetische Fluss durch die Windungsfläche ab, also Induktion. Bei der Entfernung beider Magneten voneinander nahm der magnetische Fluss durch die Windungsfläche etwa doppelt so schnell ab, also auch doppelte Induktionsspannung. Alles wie erwartet und durch das übliche korrekte Induktionsgesetz erklärt! (Abb. 35)



Die Arbeiten dieser beiden Autoren sind klar durch den Irrtum ausgelöst, der häufig mit der Erklärung durch die Lorentz-Kraft verbunden ist, nämlich, dass Induktion ein **lokaler Vorgang** sei, der **am Leiter** stattfindet. Sie wundern sich dann über die Selbstverständlichkeit, dass man die nichtlokalen Eigenheiten auch durch ein Vektorpotenzial \mathbf{A} beschreiben und so „lokalisieren“ kann. Das soll hier nicht geschehen (vgl. [14])

Abb. 35 Aufklärung des Hooper-Monstein-Irrtums: doppelt so starke Induktion, weil sich der magnetische Fluss, der das **Innere** der Spulenfläche durchsetzt, bei Entfernung beider Magnete doppelt so schnell ändert.

VI Die Rolle der Leiter und Ladungen

Wir haben gesehen, dass in den geschlossenen Kurven C , für die das integrale Induktionsgesetz gilt, elektrische Wirbelfelder induziert werden. Selbst wenn C längs eines geschlossenen Leiters verläuft, ist das Wirbelfeld direkt schwer nachweisbar.

Eine erste Nachweismöglichkeit besteht darin, sie in gleich große Potenzialfelder überzuführen und die entstehende Potentialdifferenz als Spannung zu messen, wenigstens für bestimmte Bezugssysteme. Dies geschieht beim Nachweis der Induktion in einem unterbrochenen Stromkreis mit einem hochohmigen Spannungsmesser (im Idealfall mit unendlich hohem Innenwiderstand):

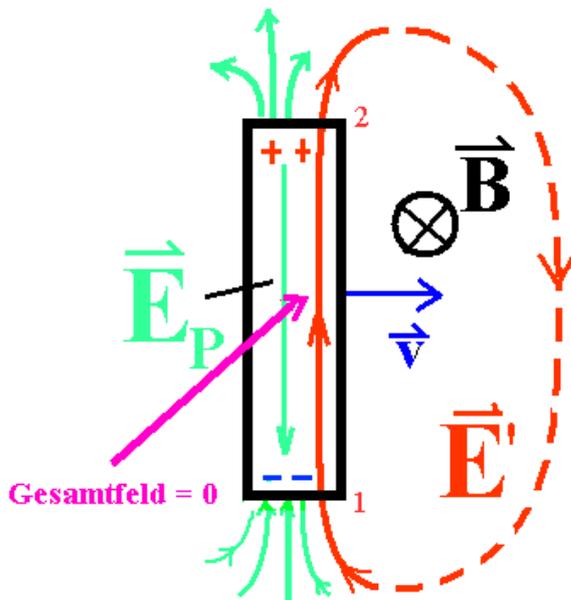


Abb. 36 Überlagerung von Wirbelfeld \mathbf{E}' und statischem Feld \mathbf{E}_p , so dass im Inneren des bewegten Leiters kein elektrisches Feld besteht.

Das elektrische Wirbelfeld \mathbf{E}' verschiebt mit Hilfe der Kraft $\mathbf{F} = Q \cdot \mathbf{E}'$ (die also evtl. die Lorentzkraft mit enthält) Ladungen und baut so ein statisches Feld \mathbf{E}_p auf, das innerhalb des Leiters von gleicher Größe, aber von entgegengesetzter Richtung wie das durch Induktion entstandene Wirbelfeld \mathbf{E}' ist (Abb. 36). Dieser Teil der Erscheinung Induktion, nämlich nur ihr Nachweis durch Überführung in ein zum Wirbelfeld zusätzliches Potenzialfeld, wird bei einem im Magnetfeld bewegten Leiter durch die Lorentz-Kraft kausal erklärt. Vom Entstehen des Wirbelfelds und der aus ihm folgenden Lorentz-Kraft hingegen ist nicht die Rede. Im Gleichgewichtsfall gilt dann im Innern des Leiters :

$$\mathbf{E}_p = - \mathbf{E}' \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{E}_p = - \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

(Man beachte das Vorzeichen!) Dieses elektrostatische Feld ist dann auch im Ruhesystem beobachtbar. Die totale elektrische Feldstärke im Leiter-Inneren ist, gesehen vom mitbewegten Beobachter, 0. Darauf beruht die Erklärung, weshalb die Spannung, die zwischen den Tragflächenenden eines Flugzeugs im Magnetfeld entstehen soll, **im** Flugzeug nicht messbar ist.

In einer unterbrochenen Leiterschleife entsteht dann zwischen 2 Punkten P_1 und P_2 (1, 2) eine Spannung U_{12} (im Sinne einer Potentialdifferenz). Sie ist (also bei Stromlosigkeit) von gleicher Größe wie die Ringspannung U_R :

Man stelle sich einen Ring vor, der nur an einer Stelle durch einen (stromdurchflossenen mit sehr hohem Innenwiderstand oder einen statischen) Spannungsmesser unterbrochen ist. Argumentiert wird im Bezugssystem dieses Rings; die elektrische Feldstärke \mathbf{E} soll dabei die gesamte elektrische Feldstärke sein. Dann gilt für die Spannung zwischen den Punkten der Unterbrechungsstelle:

$$U_{12} = \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 \mathbf{E}' \cdot d\mathbf{l} + \int_2^1 \mathbf{E}_p \cdot d\mathbf{l} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = U_R$$

Beim dritten Integral erfolgt die Integration - anders als beim ersten und zweiten - über das Leiterinnere des Rings. Dort ist ja, wegen des zusätzlich zum Wirbelfeld entstanden elektrostatischen Feld die Gesamtfeldstärke $\mathbf{E} = 0$. Das Integral kann also fehlerfrei durch diesen Term er-

gänzt werden. **In diesem Fall der Stromlosigkeit ist also die Spannung an der Unterbrechungsstelle gleich der gesamten Ringspannung U_R .** Die Argumentation ist hier identisch mit der bzgl. des Unterschieds von Leerlaufspannung und EMK bei einer Batterie. Das ist der Hintergrund traditioneller Formulierungen mittels der „Induktionsspannung zwischen den Enden einer Spule“: Bei Stromlosigkeit ist die sekundär entstandene Potenzialdifferenz U_{12} von gleicher Größe wie die primär entstandene Ringspannung U_R , aber begrifflich etwas völlig anderes.

Eine **zweite Nachweismöglichkeit** besteht darin, die Kraft des elektrischen Wirbelfelds auf elektrische Ladungen auszunutzen, wie das bei der Entstehung des **Induktionsstroms** geschieht. Obwohl die Stromdichte \mathbf{j} nach dem Ohmschen Gesetz direkt proportional zur elektrischen Feldstärke ist und damit sehr direkt mit \mathbf{E} zusammenhängt, geht doch die Leitfähigkeit σ als Proportionalitätskonstante ein ($\mathbf{j} = \sigma \cdot \mathbf{E}$), die vom jeweiligen Stromkreis abhängt. \mathbf{j} ist demnach kein gutes Maß für die Induktion, anders als die Induktionsspannung im Grenzfall unendlichen Innenwiderstands des Spannungsmessers. Das Messergebnis hängt bei Strommessung eben sehr stark vom Widerstand der Induktionsschleife ab.



Abb. 37 Elektrodenlose Ringentladung in einer Anordnung nach NEVA. Der Versuch hat m.E. eine wesentliche Funktion für ein Verständnis der Induktion (= Entstehung eines elektrischen Wirbelfelds) und sollte in keinem Kurs über Induktion fehlen.

Das **elektrische Wirbelfeld** wird im Schulversuch z.B. in der **Schmelzrinne eines Hochstromtrafos** oder längs eines Stromfadens bei der **elektrodenlosen Ringentladung** (Abb. 37) nachgewiesen. Diese Versuche haben deshalb für den Unterricht eine wesentliche Bedeutung, weil sie zeigen, worin die Induktion besteht: in der Entstehung eines elektrischen Wirbelfelds mit dem folgenden Ringstrom.

Für normale Leiter gilt mit der Ringspannung

$$U_R = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = I \cdot R$$

Dabei ist R der Widerstand der Induktionsschleife. Der Ringstrom führt dann an Teilwiderständen von R zu Spannungsab-

fällen, die getrennt abgegriffen werden können [5,6].

Man kann aber nicht schließen, dass beliebig hoher Induktionsstrom entsteht, wenn der Widerstand R verschwindet, wie etwa bei Supraleitern.

In diesem Fall gilt nämlich eine der **London-Gleichungen**: $d\mathbf{j}/dt = n \cdot e^2/m_e \cdot \mathbf{E}$ (n : Dichte der frei beweglichen Ladungsträger, m_e : Elektronenmasse). Sie führt dazu, dass in einem solchen Leiter I prop. Φ ist, und nicht - wie sonst - I proportional zu $d\Phi/dt$! In diesem Fall verhindert die Trägheit der Ladungsträger das Divergieren des Stroms.

Auch deshalb lohnt sich kein Versuch, eine Didaktik der Induktion auf einen Induktionsstrom aufzubauen, abgesehen davon, dass bei der überwiegenden Zahl der Induktionsvorgänge - bei der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen - ohnehin kein Strom fließt, dass aber - wenn man es so beschreiben will - immer eine Ringspannung entsteht.

VII Didaktische Kritik am Vorgehen der Schulphysik

Die Deutung der Induktion mit der Lorentz-Kraft erklärt, auch wenn sie anwendbar ist, nicht viel. Sie ist aber in solchen Fällen nicht falsch. Sie stellt eine Scheinerklärung dar, die im Fall zeitabhängigen Magnetfelds versagt. **Schlimmer erscheint, dass mit dieser Scheindeutung ein korrektes Verständnis der Induktion im allgemeinen Fall verbaut wird.** Das Wesentliche der Induktion ist nun mal die Entstehung eines elektrischen Wirbelfelds.

Das ist im Rahmen des Unterrichts völlig neu und lässt sich nicht auf bereits Bekanntes zurückführen. Ohne das Verständnis der Induktion in dieser Weise ist ein Verständnis der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen nicht möglich. Zwischen den verschiedenen Varianten der Induktion ist auch nicht das wesentliche Unterscheidungsmerkmal, ob die „Induktion im bewegten Leiter“ oder „im ruhenden Leiter“ stattfindet. Sie findet **ohne den Leiter** statt. Und bekanntlich ist jeder Leiter ruhend und jeder bewegt, je nach Bezugssystem. Lediglich zum Nachweis der Induktion können Leiter sinnvoll sein, in denen das entstandene elektrische Wirbelfeld in ein elektrostatisches Zusatz-Feld mit einer Spannung (im Sinne einer Potenzialdifferenz) bei Stromlosigkeit übergeführt oder durch Ströme nachgewiesen wird. Zum Nachweis sind aber Leiter nicht unbedingt notwendig. Es genügt auch, wenn wir z.B. die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen betrachten, die ja zu 50 % durch Induktion erklärt wird, auch das Chlorophyll einer Blatzelle oder ein Lichtsensor in der Retina des Auges. Das wesentliche Unterscheidungsmerkmal ist, ob die Änderung des magnetischen Flusses innerhalb der betrachteten Kurve C durch die Bewegung der Kurve im Magnetfeld und/oder durch eine explizite zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte im betrachteten Bezugssystem zustande kommt. Es gibt - wie diskutiert - auch Fälle, wo die zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte durch eine Relativ-Bewegung zwischen Kurve C und dem felderzeugenden Magneten zustande kommt. Hier spielen eventuell unterschiedliche Bezugssysteme eine Rolle.

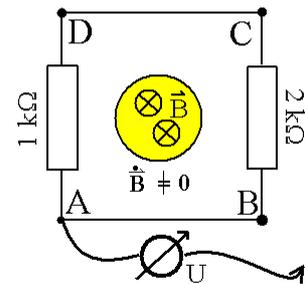
Didaktische Einwände:

1. Einführung der Induktion durch die Lorentz-Induktion (L-Induktion) verbaut ein Verständnis der Induktion als Entstehung eines Wirbelfelds in allen Fällen.
2. Einführung der Induktion durch die L-Induktion suggeriert, dass es sich bei der Induktion um einen lokalen Effekt am Ort des Leiters handle. Dies führt zu Irrtümern bzgl. der Umfangsabhängigkeit der Induktionsspannung und nicht der Flächenabhängigkeit. Dies führt auch zu Missverständnissen vom Typ des so genannten „Hooper-Monstein-Effekts“.
3. Behandelt man L-Induktion zuerst, muss diese von den Schülern als kausale Erklärung angesehen werden. Es handelt sich aber bei der L-Kraft nicht um die Ursache der Induktion, sondern sie ist die Induktion, bestenfalls eine Folge der Induktion. Es gibt Induktion auch bei magnetischer Abschirmung [4].
4. L-Induktion vermag eigentlich nicht zu erklären, wie Induktion stattfindet, wenn der Leiter ruht und der Magnet bewegt ist. Hier wird oft mit einer Art Relativitätsprinzip argumentiert; das ist aber für Schüler im betreffenden Stadium nicht verständlich. Das „Igel-Modell“ des Magneten mit angehefteten Stacheln funktioniert nicht.
5. Induktion findet nicht speziell im Leiter statt, sondern ist ein Feld-Effekt. Die Wirkung der Induktion auf Ladungen in Leitern, falls vorhanden, stellt eine Sekundärfolge dar.

6. „Induktion im bewegten bzw. ruhenden Leiter“ sind physikalisch sinnlose Bezeichnungen, weil jeder Leiter bewegt ist und weil jeder Leiter zugleich in Ruhe ist. „Induktion im ruhenden Leiter“ ist im Falle des bewegten Magneten tatsächlich „Induktion im bewegten Leiter“, wenn man wider besseres Wissen unbedingt diese Begriffe verwenden möchte.
7. Ein „bewegtes homogenes Magnetfeld“ ist ein sinnloser Begriff, weil eine solche Bewegung durch Messung des Magnetfelds allein nicht festgestellt werden kann. Die RT, zuständig für relativ zueinander bewegte Bezugssysteme, kennt keine bewegten Felder. Sie beschreibt nur, wie sich die Felder evtl. zeitlich verändern, wenn sie von einem Beobachter aus einem relativ dazu bewegten Bezugssystem gemessen werden.
8. Bei der Induktion entsteht - außer evtl. in bestimmten Bezugssystemen - im strengen Sinn keine Spannung im Sinne einer Potenzialdifferenz, sondern ein **elektrisches Wirbelfeld**. Man könnte allerdings den Spannungsbegriff schwächer fassen (also nicht als Potenzialdifferenz, sondern entsprechend DIN 1324 über die Verschiebungsarbeit) und dann auch die tatsächliche Ringspannung mit dem Namen Spannung belegen. Das hat sich in allen Fällen bewährt. Die Ringspannung ist dann Verschiebungsarbeit pro Ladungsmenge, wobei die Verschiebungsarbeit alle Anteile infolge des elektromagnetischen Felds enthält, also evtl. auch von der Lorentz-Kraft. Auch das elementare Vorgehen der Schule für einen im Magnetfeld bewegten Leiterstab führt dann mit Hilfe der Lorentz-Kraft zu einer Ringspannung, weil die Lorentz-Kraft auf den Leiterstab beschränkt bleibt: $U_R = \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{r} = -\dot{\Phi}$.
9. Untersucht man offene Leiterschleifen, dann entsteht ein zusätzliches Potenzial-Feld, dem man eine Spannung von gleichem Betrag wie die Ringspannung zuordnen könnte. Was diese Spannung aber mit einem Induktionsstrom beim geschlossenen Stromkreis zu tun hat, wird in der Schule in der Regel nicht diskutiert. Das ist eine paradoxe Situation: **Wenn eine Induktions-Spannung im schulischen Sinn (als Potenzialdifferenz) entsteht, gibt es keinen Strom. Wenn ein Strom fließt, gibt es keine Induktions-Spannung im schulischen Sinn.**

Dennoch wird meist kommentarlos behauptet, dass die beiden Situationen über das Ohmsche Gesetz verknüpft sind.

Die Ringspannung gibt es dagegen immer. Hat man nicht in irgendeiner Weise die brückenbildende Ringspannung eingeführt, kann ein Schüler streng genommen die Stromstärke aus der berechneten Spannung (im schulischen Sinn) und dem Widerstand des geschlossenen Stromkreises nicht berechnen.



10. Die (Ring-)Spannung bzw. die schwächer gefasste „Spannung“ (als Oberbegriff zu Potenzialdifferenz und Ringspannung nach DIN 1324) ist im allgemeinen wegababhängig. Dies führt zu überraschenden Effekten, die man nicht verschweigen sollte, z.B. zu unterschiedlichen Spannungen an parallel geschalteten Widerständen (Abb. 38).

Abb. 38 Hier lassen sich die unterschiedlichsten Spannungen messen, je nachdem nach wie viel Umläufen um den magnetischen Fluss die Punkte C oder D angeschlossen werden.

VIII Konsequenzen für die Schulphysik

Einige Konsequenzen hieraus – soweit sie mit bekannten Beispielen belegbar sind - erlauben beträchtliche Vereinfachungen für die Behandlung der Induktion in der Schule:

1. Alle Erscheinungen der Induktion lassen sich unter dem einheitlichen Gesichtspunkt sehen:

a) Das Wesen der Induktion besteht stets in der Entstehung eines elektrischen Wirbelfelds, wenn man geeignete geschlossene Kurven C betrachtet. Gerade zur Erklärung der Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen ist diese Kenntnis auch in der Schule benötigt.

b) Diese geeigneten Wege stellen in der Regel die Induktionsschleifen selbst dar. Alle Diskussionen und Analysen sollten im Zusammenhang mit der Induktion mit ihnen starten.

c) Es gibt keine Ausnahmen vom integralen Induktionsgesetz für solche geeigneten Wege C . Für sie ist jede Flussänderung, komme sie nun durch ein explizit zeitabhängiges Magnetfeld, durch eine Bewegung der Induktionsschleife im inhomogenen Magnetfeld oder durch eine Drehung in einem beliebigen Magnetfeld oder durch eine Flächenänderung zustande, mit einem elektrischen Wirbelfeld verbunden. Bei jeder Induktion gibt es diese geeigneten Wege, innerhalb deren sich der magnetische Fluss ändert.

Zum Nachweis des durch Induktion entstandenen Wirbelfelds sind Induktionsspannungen in der Regel didaktisch geringfügig besser geeignet als Induktionsströme. Wenn man also nicht von den elektrischen Wirbelfeldern sprechen kann, wie das in der Sekundarstufe I der Fall ist, sollte man primär nur von Induktionsspannungen sprechen.

2. Berücksichtigt man dies, braucht man nicht mehr zwischen "Lorentz-", "Maxwell-" und "Flächen-" Induktion zu unterscheiden. Von vornherein werden die Sprechweisen so gewählt, dass überhaupt keine Notwendigkeit zu einer Unterscheidung besteht. Dann kann man allerdings nicht - wie üblich -, mit der "Lorentz-" Induktion bei einem bewegten Leiter im homogenen Magnetfeld beginnen, weil hier der Nachweis des Wirbelcharakters des elektrischen Feldes außerhalb der Möglichkeiten der Schule liegt. Dies hat überdies den Vorteil, dass der Lehrer nicht in Versuchung gerät, diesen offensichtlich nicht erklärbaren Effekt (die Entstehung eines Wirbelfelds) mit Hilfe der Lorentz-Kraft kausal "erklären" zu wollen. Das Auftreten der Lorentz-Kraft selbst ist es ja, was durch die Induktion erklärt werden soll. Er kann ruhigen Gewissens darauf hinweisen, dass hier - wie so oft - eine neue Erscheinung untersucht wird, die sich auf keine bekannte zurückführen lässt. Man beginnt stattdessen mit dem einfachsten Fall, bei dem ein Wirbelfeld am ehesten erkennbar ist, nämlich dem Fall des explizit zeitabhängigen Magnetfelds.

3. Wenn stets von der Induktionsschleife ausgegangen wird, kann man sich dem umständlichen Wechsel der Bezugssysteme ersparen, der üblicherweise durchgeführt wird, wenn z.B. die Äquivalenz der Bewegung der Induktionsschleife im inhomogenen Feld bzw. der Bewegung der "Quellen" (eigentlich Wirbel) des inhomogenen Felds gezeigt wird. In diesem Zusammenhang sind ja alle Bezugssysteme bis auf das der Induktionsschleife, bzw. alle Wege bis auf den längs der Induktionsschleife (didaktisch) irrelevant. Die Formulierung des Induktionsgesetzes wie auch der einheitliche physikalische Gesichtspunkt "Induktion" zeichnen einen Weg (didaktisch) vor allen anderen aus, den Weg längs der Induktionsschleife. Eine im Unterricht der **Sekundarstufe II** bewährte Formel zur Definition dessen, was man unter "Induktion" versteht, wäre:

"Induktion ist die Entstehung eines elektrischen Wirbelfeldes längs eines geschlossenen Weges C, der häufig mit einer Induktionsschleife zusammenfällt, wenn sich innerhalb des geschlossenen Weges C der magnetische Fluss ändert, der die von C umfasste Fläche senkrecht durchsetzt."

(In der offiziellen Definition des magnetischen Flusses ist das Senkrechtstehen bereits enthalten; der Klarheit wegen empfehle ich die explizite Erwähnung dennoch.)

Jetzt brauchen nur noch die verschiedenen Fälle einer magnetischen Flussänderung innerhalb von C aufgezählt zu werden (Abb. 39), jeweils ausgehend vom „Bezugssystem“ der Kurve C:

"Der magnetische Fluss innerhalb des Weges C ändert sich, wenn die magnetische Feldstärke (Flussdichte) \mathbf{B} durch Verändern der felderzeugenden Stromstärke, durch Einführen eines Eisenkerns in die felderzeugende Spule, etc., durch Verschieben der Induktionsschleife im inhomogenen Feld oder aber der Quellen des inhomogenen Feldes, durch Drehen der Schleife oder der Richtung des magnetischen Feldes geändert wird. Der magnetische Fluss innerhalb der Schleife ändert sich auch, wenn sich die von der Kurve umfasste Fläche senkrecht zum Magnetfeld ändert."

Die Äquivalenz einander entsprechender Paare von Fällen ist jetzt unmittelbar einsichtig.

Für die **Sekundarstufe I** muss man einige Abstriche an Präzision und Allgemeinheit machen, ohne dass dies zu falschen Aussagen führen darf:

"Induktion ist die Entstehung einer (Ring-)Spannung längs einer geschlossenen Leiterschleife oder Spule, wenn sich innerhalb der Schleife oder Spulenfläche das magnetische Feld ändert, das die Leiterschleife oder die Spulenfläche senkrecht durchsetzt. Die Folge der (Ring-)Spannung ist ein Induktionsstrom, der mit der (Ring-)Spannung über das ohmsche Gesetz zusammenhängt. "

Da der Begriff der elektrischen Feldstärke bzw. elektrischer Feldlinien in der SI unbekannt ist, hat es keinen Sinn, von einem elektrischen Wirbelfeld zu sprechen. Aber: Man sollte Spannung grundsätzlich – entsprechend der DIN-Vorschrift 1324 - an die Verschiebungs-Arbeit binden und nicht an Potenzialdifferenz! Dann ist eine Unterscheidung von Spannung (im Sinne einer Potenzialdifferenz) und Ringspannung unbedeutend. Auch bei einem stationären Strom in einem gewöhnlichen geschlossenen Gleichstromkreis spielt ja bekanntlich eine Potenzialdifferenz keine Rolle, auch wenn sie existieren sollte. Wie in Kap. V erläutert, ist die Stromstärke als Maßgröße für die Induktion ungeeignet, da sie eine Folge des Wirbelfeldes ist, in die auch der elektrische Widerstand eingeht.

Mit dem vagen Ausdruck "magnetisches Feld" in der SI-Definition ist hier einerseits die intensive Größe „Feldstärke (Flussdichte) \mathbf{B} “ gemeint, andererseits die extensive Größe „magnetischer Fluss“, d.h. innerhalb des mehr umgangssprachlichen „magnetischen Feldes“ sind natürlicherweise und auf SI-Niveau m.E. völlig legalerweise beide Aspekte enthalten. Erst die wissenschaftliche Präzisierung hat zur Aufspaltung der beiden Begriffe geführt. Mündlich kann man die beiden Aspekte "Größe" bzw. "Stärke des magnetischen Feldes" und "Menge an magnetischem Feld" sehr anschaulich - und ohne Verständnisschwierigkeiten durch Formalisierung - erläutern.

Innerhalb von maximal zwei Stunden lassen sich so (Vgl. Abb. 39) alle Fälle experimentell und induktiv erarbeiten bzw. von den Schülern vorhersagen, einige sinnvollerweise gar als Schülerversuche (Abb. 40, 41). Es wird darauf hingewiesen, dass man die Induktion als völlig neue Er-

scheinung nicht weiter erklären, d.h. auf Bekanntes zurückführen, kann. Wegen der einheitlichen Betrachtungsweise lassen sich die verschiedenen Fälle leicht merken bzw. rekonstruieren. Die

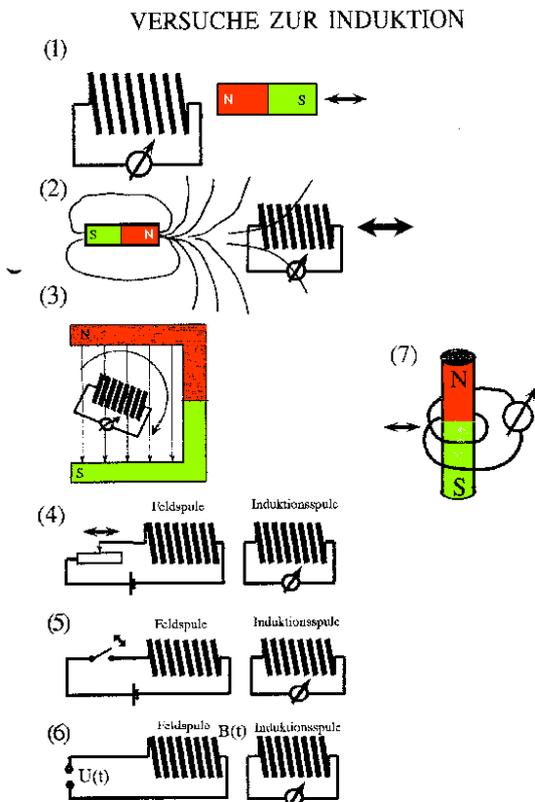


Abb. 39 Grundsituationen zur Induktion. Immer wird von der Induktionsspule oder Leiterschleife ausgegangen („Das Magnetfeld in der geschlossenen Leiterschleife oder Spule ändert sich, indem ...“). Versuche 1 und 2 habe ich immer als Schülerversuch mit Leuchtdioden oder empfindlichen Stecker-messgeräten durchführen lassen (Abb. 40, 41).

Schenkeln des Hufeisenmagneten).

- Dann in der üblichen Weise mit im Laborsystem ruhenden Magneten (Abb. 4): zunächst mit gleicher Erklärung. Erst dann wird theoretisch geklärt, dass die Induktion in diesem Fall auch mit der Lorentz-Kraft erklärbar ist.



Abb. 41 Im Schülerversuch wird die Induktion entdeckt. Wie kann man die Zweifarben-LED zum roten oder grünen Leuchten bringen?

Sympathischer, aber unüblich, wäre mir der logischere Weg, aus der Induktion in diesen Fällen auf eine Lorentz-Kraft zu schließen, mit der dann erst der Leiter-schaukelversuch mit dem strom-

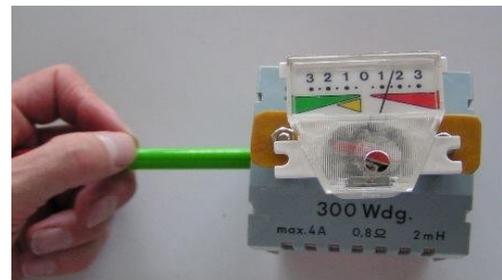


Abb. 40 Im Schülerversuch wird die Induktion entdeckt. Wie muss man den Magneten bewegen um negativen/positiven Ausschlag zu erzielen? („Magnetfeld in der Spule erniedrigen/erhöhen“)

Schüler werden trainiert, in allen Situationen die Ursache der Induktion, die zeitliche Veränderung des „magnetischen Feldes“ (genauer des magnetischen Flusses) innerhalb der ausgezeichneten Kurve, also der vom Magnetfeld durchsetzten Leiterschleife oder Spule, zu erkennen und zu formulieren. Dann wird das Induktionsgesetz quantitativ aus dem Experiment induktiv hergeleitet. Am elegantesten und instruktivsten finde ich dabei Versuche mit dem Dreiecksstromgenerator (Abb. 42, 43).

Erst später sollte auf den Zusammenhang mit der Lorentz-Kraft eingegangen werden, wo ein solcher existiert. Das ist auch ganz nützlich, weil mit der Lorentz-Kraft leicht die Polarität entschieden werden kann.

Ausgangspunkt ist ein Doppexperiment: eine Leiterschleife zwischen den Polen eines Hufeisenmagneten:

- Zuerst würde ich den „unverständlichen“ Fall behandeln (Abb. 5): die Leiterschleife im Laborsystem in Ruhe lassen und den Magneten bewegen, damit möglichst kein Schüler jetzt schon auf die Idee kommt, hier Lorentz-Induktion zu vermuten. Ganz klar übliche Induktion, also Entstehung eines elektrischen Wirbelfelds längs der einen Windung, weil sich der magnetische Fluss durch die Windungsfläche ändert (in den

durchflossenen Leiter im Magnetfeld und die Versuche zur Ablenkung geladener Teilchen im Magnetfeld gedeutet werden. Im allgemeinen Fall ist die Lorentz-Kraft allerdings nicht eine Folge des Induktionsgesetzes.

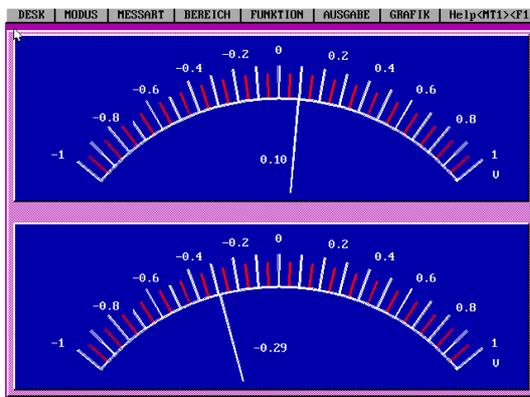


Abb. 43 Ein Versuch mit trägheitsarmen realen oder trägheitslosen Bildschirm-Messgeräten zeigt durch die Bewegung eindrucksvoll bei einem Dreiecksstrom: Solange der Strom linear ansteigt (oben, Momentbild), ist die Induktionsspannung (unten) konstant. Solange der Strom linear abfällt, ist die Induktionsspannung konstant mit umgekehrten Vorzeichen. Beide Abb. sind Bildschirmfotos vom Programm **URI** vom Autor.

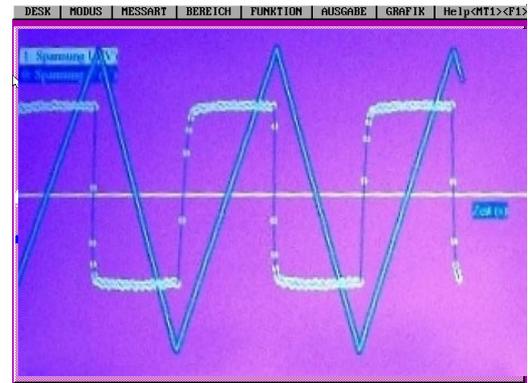


Abb. 42 Ein Dreiecksstrom aus dem Verstärker eines Funktionsgenerators (I_{max} bis 1 A) erzeugt in einer Feldspule einen linear anwachsenden magnetischen Fluss. Die Induktionsspannung entspricht seiner Ableitung. Hier ist das Signal durch einen überlagerten Netzbrumm etwas gewellt. (Die Induktionsspule reagiert natürlich auch auf magnetische Wechselfelder von Trafos und Netzgeräten in der Nähe.)

Was dann herauskommt ist eine deutlich einfachere Darstellung der Induktion ohne Klimmzüge bei einheitlicher Sichtweise aller ihrer schulisch relevanten Teilerscheinungen.

IX Literatur

- [1] **Panofsky, W., Phillips, M.**, Classical Electricity and Magnetism, Addison Wesley Publishing Company, Reading, Palo Alto, London, 2. Auflage 1964, S. 158 ff, S. 336 ff
- [2] **Jackson, J.D.**, Classical Electrodynamics, John Wiley & Sons, New York, London, Sidney, Toronto, 1975
- [3] **Becker, R., Sauter, F.**, Theorie der Elektrizität, Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 18. Auflage 1964, S. 119 ff u. S. 264 ff
- [4] **M. Lambeck**, Lorentz-Kraft und Induktionsgesetz, Praxis der Naturwissenschaften- Physik, Heft 9, 1984, S. 257 - 260
- [5] **Manthei U., Täubert P.**, Zur Induktionsspannung, Eine kritische Betrachtung, Praxis der Naturwissenschaften-Physik, Heft 6, 1986, S. 24 - 27
- [6] **Pelster R., Hüttl I.**, Verblüffende Spannungsmessungen: Experimente zu einem elektrodynamischen Paradoxon, Physik und Didaktik in Schule und Hochschule, 1/3 (2004), S. 30 - 38
- [7] **Feynman R., Leighton R., Sands M.**, The Feynman Lectures on Physics, Bd. II, Addison-Wesley, 1964 oder deutsche Auflage von Oldenbourg, Abschnitt 17 – 2
- [8] **Pohl** Physik, Bd. 2, Elektrizität
- [9] **Grabinski Hartmut**, Der Heringsche Versuch: Mythen und Fakten, Electrical Engineering, Archiv für Elektrotechnik, 80, S. 285 - 290, 1997, S. Auch
- <http://www.lfi.uni-hannover.de/text/germ/people/Grabinski/htmls/abstr9.html>
- [10] **Vogel Helmut**, Gerthsen Physik, Springer, 19. Auflage, 1995
- [11] **Bosse Georg**, Grundlagen der Elektrotechnik II, BI Hochschultaschenbücher, Band 183, 1978
- [12] Missverständnisse: Hooper-Monstein-Effekt:
- <http://jnaudin.free.fr/html/hoopmnst.htm>
<http://www.hcrs.at/MONSTEIN.HTM>
<http://www.monstein.de/paraphysics/Hooper/HOOPERA1.htm>
- [13] **Hübeler, Horst**, Der stationäre Strom im geschlossenen Stromkreis, 2005:
<http://www.forphys.de/Website/elekt/emk.html>
- [14] **Hübeler, Horst**, Ein elektrodynamisches Märchen, 2006:
<http://www.forphys.de/Website/metaphys/eldyn.pdf>
- [15] **Hübeler, Horst**, Elektromagnetische Induktion verstehen - eine Unipolar-Induktionsmaschine ... , 2007 - 2014:
<http://www.forphys.de/Website/induktion/unipolar.html>

(überarbeitet 2014)